

## РАЗДЕЛ 1 Основные понятия

1. Какова природа случайности?  
**А) Случайность свойственна природе изначально;**  
В) Случайность – следствие действия “потусторонних” сил;  
С) Случайность – следствие незнания;
2. Какие события называются случайными?  
А) Случайное событие происходит внезапно;  
В) Случайное событие происходит периодически;  
**С) Случайное события в результате опыта может произойти или не произойти;**
3. К каким явлениям целесообразно применять теорию вероятностей?  
**А) К массовым явлениям;**  
В) К периодическим явлениям;  
С) К редким явлениям;
4. Какая вероятность измеряет степень уверенности?  
**А) Субъективная вероятность;**  
В) Статистическая вероятность;  
С) Объективная вероятность;
5. Какое утверждение ошибочно? Основателями русской школы теории вероятностей являются:  
**А) Ляпунов А.М. и Буняковский В.Я.;**  
**В) Хинчин А.Я. и Колмогоров А.Н.**  
С) Чебышев П.Л. и Марков А.А.;
6. Кто из русских и советских ученых разработал аксиоматику современной теории вероятностей?  
**А) Колмогоров А.Н.;** В) Хинчин А.Я.; С) Гнеденко Б.В. D) Бернштейн С.Н.;
7. Чем занимается теория вероятностей?  
А) Она позволяет определять вероятности событий из опыта.  
**В) Она позволяет определить вероятности сложных событий через вероятности простых событий;**
8. Чем занимается математическая статистика?  
**А) Она позволяет определять вероятности событий из опыта.**  
В) Она позволяет определить вероятности сложных событий через вероятности простых событий;
9. Какие ученые внесли значительный вклад в развитие математической статистики? Укажите ошибочное утверждение.  
А) Е.Е.Слуцкий, А.Н.Колмогоров, В.И.Романовский, Н.В.Смирнов;  
**В) П.Л.Чебышев, А.А.Марков, А.М.Ляпунов.**  
С) К.Пирсон, Р.Фишер, Ю.Нейман, А.Вальд;
10. Какие теории существенно используют математический аппарат теории вероятностей? Укажите ошибочное утверждение.  
А) Теория надежности, теория массового обслуживания;  
В) Теория информации, теория игр;  
**С) Теория множеств.**  
D) Математическая статистика, теория случайных процессов;
11. Основателями русской школы теории вероятностей являются:  
**А) Ляпунов А.М. и Буняковский В.Я.;**  
В) Хинчин А.Я. и Колмогоров А.Н.  
**С) Чебышев П.Л. и Марков А.А.;**
12. Какие ученые внесли значительный вклад в развитие математической статистики?  
**А) Е.Е.Слуцкий, А.Н.Колмогоров, В.И.Романовский, Н.В.Смирнов;**  
В) П.Л.Чебышев, А.А.Марков, А.М.Ляпунов.  
**С) К.Пирсон, Р.Фишер, Ю.Нейман, А.Вальд;**

13. Какие теории существенно используют математический аппарат теории вероятностей?

**А) Теория надежности, теория массового обслуживания;**

**В) Теория информации, теория игр;**

С) Теория множеств.

**Д) Математическая статистика, теория случайных процессов;**

14. Какое определение вероятности события более верно?

А) Вероятность события – это его относительная частота появления;

В) Вероятность – это степень уверенности, что событие произойдет.

**С) Вероятность – это число, позволяющее сравнивать степени возможности различных событий;**

15. В каких пределах может изменяться вероятность события?

А) От 0 до 100; **В) От 0 до 1;** С) От -1 до 1;

16. Чему равна вероятность достоверного события?

А) 100; **В) 1;** С) 2;

17. Чему равна вероятность невозможного события?

**А) 0;** В) -1; С) Не определена;

## **РАЗДЕЛ 2 \_ События и множества**

1. Какие вы знаете операции над событиями как множествами элементарных событий? Укажите ошибочное утверждение.

А) Пересечение (умножение);

В) Вычитание;

С) Отрицание;

**Д) Прореживание.**

Е) Объединение (сложение);

2. Какое соответствие имеется между операциями над событиями и операциями над множествами? Укажите ошибочное утверждение.

А) Произведению событий соответствует пересечение множеств;

**В) Отрицанию соответствует разность множеств.**

С) Сложению событий соответствует объединение множеств;

3. Как обозначается принадлежность элементарного события  $a$  множеству  $A$ ?

А)  $a \in A$ ; В)  $a \subset A$ ; С)  $a < A$ ; Д)  $a \rightarrow A$ ;

4. Как обозначается тот факт, что все элементы множества  $A$  принадлежат множеству  $B$ ?

А)  $A \subset B$ ; В)  $A \in B$ ; С)  $A < B$ ;

5. Множество  $C$  получено объединением подмножеств  $A$  и  $B$ . Какое выражение ошибочно?

А)  $C = A \cap B$ ; В)  $C = A \cup B$ ; С)  $C = A + B$ ;

6. Множество  $C$  получено пересечением подмножеств  $A$  и  $B$ . Какое выражение ошибочно?

А)  $C = A \cdot B$ ; В)  $C = A \cap B$ ; С)  $C = A \cup B$ ;

7. Множество  $C$  содержит элементы подмножества  $B$  не принадлежащие подмножеству  $A$ . Как это записать?

А)  $C = B - A$ ; В)  $C = B - \bar{A}$ ; С)  $C = A - B$ ; Д)  $C = A - \bar{B}$ ;

8. При обработке партии из 5 деталей возможны события  $A_0, A_1, \dots, A_5$  по числу дефектных деталей. Как выражается событие  $C$ , состоящее в том, что дефектными являются не более двух деталей?

А)  $C = A_0 + A_1 + A_2$ ; В)  $C = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$ ; С)  $C = A_0 + A_1$ ;

9. При обработке партии из 5 деталей возможны события  $A_0, A_1, \dots, A_5$  по числу дефектных деталей. Как выражается событие  $C$ , состоящее в том, что не более двух деталей годные?

А)  $C = A_0 + A_1 + A_2$ ; **В)  $C = A_3 + A_4 + A_5$ ;** С)  $C = A_0 + A_1$ ;

10. На станке обрабатываются последовательно 3 детали.  $D_1, D_2, D_3$  - события, состоящие в том, что дефектными оказываются первая, вторая, третья детали соответственно. Записать событие, состоящее в том, что одна из трех деталей дефектная.

A)  $F = D_1 \cdot D_2 \cdot D_3$ ;

В)  $F = D_1 \bar{D}_2 \bar{D}_3 + \bar{D}_1 D_2 \bar{D}_3 + \bar{D}_1 \bar{D}_2 D_3$ ;

С)  $F = D_1 + D_2 + D_3$ ;

D)  $F = \bar{D}_1 + \bar{D}_2 + \bar{D}_3$ ;

11. На станке обрабатываются последовательно 3 детали.  $D_1, D_2, D_3$  - события, состоящие в том, что дефектными оказываются первая, вторая, третья детали соответственно. Записать событие  $F$ , состоящее в том, что не более одной из трех деталей дефектны.

A)  $F = D_1 \bar{D}_2 \bar{D}_3 + \bar{D}_1 D_2 \bar{D}_3 + \bar{D}_1 \bar{D}_2 D_3 + \bar{D}_1 \bar{D}_2 \bar{D}_3$ ;

В)  $F = D_1 \bar{D}_2 \bar{D}_3 + \bar{D}_1 D_2 \bar{D}_3 + \bar{D}_1 \bar{D}_2 D_3 + D_1 D_2 D_3$ ;

С)  $F = D_1 + D_2 + D_3$ ;

D)  $F = \bar{D}_1 + \bar{D}_2 + \bar{D}_3$ ;

12. Какие вы знаете операции над событиями как множествами элементарных событий?

A) Пересечение (умножение);

В) Вычитание;

С) Объединение (сложение);

D) Отрицание;

Е) Прореживание.

13. Какие соответствия имеются между операциями над событиями и операциями над множествами?

A) Произведению событий соответствует пересечение множеств;

В) Отрицанию соответствует разность множеств;

С) Сложению событий соответствует объединение множеств;

14. Множество  $C$  получено объединением подмножеств  $A$  и  $B$ . Какие выражения верны?

A)  $C = A \cap B$ ; В)  $C = A \cup B$ ; С)  $C = A + B$ ;

15. Множество  $C$  получено пересечением подмножеств  $A$  и  $B$ . Какие выражения верны?

A)  $C = A \cap B$ ; В)  $C = A \cup B$ ; С)  $C = A \cdot B$ ;

16. Как обозначается принадлежность элементарного события  $a$  множеству  $A$ ? Укажите ошибочные выражения.

A)  $a \in A$ ; В)  $a \subset A$ ; С)  $a < A$ ; D)  $a \rightarrow A$ ;

### РАЗДЕЛ 3 \_ Определение вероятности

1. Какова вероятность достоверного события?

A) 0,5; В) 1,0; С) 2,0; D) 0;

2. Какова вероятность невозможного события?

A) 0,5; В) 1,0; С) 2,0; D) 0;

3. Какова вероятность выпадения двух гербов при подбрасывании двух монет?

A) 1/3; В) 1/4; С) 1/2;

4. Какова вероятность выпадения герба и цифры при подбрасывании двух монет?

A) 1/3; В) 1/4; С) 1/2;

5. Какова вероятность, что при подбрасывании шестигранной игральной кости выпадет не менее трех очков?

A) 1/2; В) 2/3; С) 5/6; D) 1/3;

6. Какова вероятность, что при подбрасывании шестигранной игральной кости выпадет четное число очков?

A) 1/3; В) 1/2; С) 1/4;

7. В урне находится два белых и три черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканный шар будет черным?

A) 0,4; B) 0,5; C) **0,6**; D) 0,3;

8. В урне находится два белых и три черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканный шар будет белым?

A) 0,4; B) **0,5**; C) 0,6; D) 0,3;

9. В урне находится  $a$  белых и  $b$  черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканный шар будет черным?

A)  $\frac{a}{a+b}$ ; B)  $\frac{a+1}{a+b+1}$ ; C)  $\frac{a-1}{a+b-1}$ ; D)  $\frac{b}{a+b}$ ;

10. В урне находится  $a$  белых и  $b$  черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканные два шара будут черными?

A)  $\frac{b(b-1)}{(a+b)(a+b-1)}$ ; B)  $(\frac{b}{a+b})^2$ ; C)  $\frac{2b}{a+b}$ ;

11. Какова вероятность, что при подбрасывании шестигранной игральной кости выпадет нечетное число очков?

A) 1/3; B) **1/2**; C) 1/4;

12. Какова вероятность, что при подбрасывании шестигранной игральной кости выпадет не более трех очков?

A) **1/2**; B) 2/3; C) 5/6; D) 1/3;

13. В урне находится два белых и три черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканные два шара будут черными?

A) 0,4; B) 0,5; C) 0,6; D) **0,3**;

14. В урне находится два белых и три черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканные два шара будут белыми?

A) 0,3; B) 0,5; C) 0,6; D) **0,1**;

15. В урне находится  $a$  белых и  $b$  черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканный шар будет белым?

A)  $\frac{a}{a+b}$ ; B)  $\frac{a+1}{a+b+1}$ ; C)  $\frac{a-1}{a+b-1}$ ; D)  $\frac{b}{a+b}$ ;

16. В урне находится  $a$  белых и  $b$  черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканные два шара будут белыми?

A)  $\frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)}$ ; B)  $\frac{a!b!}{(a+b)!}$ ; C)  $(\frac{a}{a+b})^2$ ;

17. В урне находится три белых и семь черных шара. Какова вероятность, что наугад вытасканные два шара будут белыми?

A) 0,3; B) **1/15**; C) 7/15; D) 0,1;

#### РАЗДЕЛ 4 \_Комбинаторика

1. Чему равно число перестановок  $m$  различных предметов?

A)  $m! = m(m-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ ; B)  $(m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ ; C)  $m^m$ ;

2. Чему равно число размещений  $m$  различных предметов по  $n$ , которые отличаются порядком или составом?

A)  $\frac{m!}{(m-n)!}$ ; B)  $\frac{m!}{n!(m-n)!}$ ; C)  $m^n$ ;

3. Сколько вариантов будут иметь выборки двух деталей из партии 10 деталей с учетом порядка их обработки?

A) 100; B) **90**; C) 80;

4. Чему равно число сочетаний из  $m$  предметов по  $n$ ?

A)  $m!$ ; B)  $\frac{m!}{(m-n)!}$ ; C)  $\frac{m!}{n!(m-n)!}$ ;

5. Сколько вариантов будут иметь выборки двух деталей из партии 10 деталей без учета порядка их обработки?

A) **45**; B) 50; C) 90;

6. Объект  $a$  может быть выбран из совокупности объектов  $m$  способами. Объект  $b$  может быть выбран из той же совокупности  $n$  способами. Сколькими способами можно выбрать либо  $a$  либо  $b$ ?

A)  $m \cdot n$ ; B)  $m + n$ ; C)  $(m+n)/2$ ; D)  $m \cdot n / 2$ ;

7. Объект  $a$  может быть выбран из совокупности объектов  $m$  способами. Объект  $b$  может быть выбран из той же совокупности  $n$  способами. Объект  $c$  может быть выбран из той же совокупности  $k$  способами. Сколькими способами можно выбрать либо  $a$  либо  $b$  либо  $c$ ?

A)  $m \cdot n \cdot k$ ; B)  $m + n + k$ ; C)  $(m+n+k)/3$ ; D)  $m \cdot n \cdot k / 3$ ;

8. Объект  $a$  может быть выбран из совокупности объектов  $m$  способами. Объект  $b$  может быть выбран из другой совокупности  $n$  способами. Сколькими способами можно выбрать пару  $(a, b)$ ?

A)  $m \cdot n$ ; B)  $m + n$ ; C)  $(m+n)/2$ ; D)  $m \cdot n / 2$ ;

9. Объект  $a$  может быть выбран из первой совокупности объектов  $m$  способами. Объект  $b$  может быть выбран из второй совокупности  $n$  способами. Объект  $c$  может быть выбран из третьей совокупности  $k$  способами. Сколькими способами можно выбрать тройку  $(a, b, c)$ ?

A)  $m \cdot n \cdot k$ ; B)  $m + n + k$ ; C)  $(m+n+k)/3$ ; D)  $m \cdot n \cdot k / 3$ ;

10. Производится  $M$  испытаний, событие  $A$  реализовалось  $N$  раз. Какова статистическая вероятность этого события?

A)  $P^*(A) = \frac{N}{M+N}$ ; B)  $P^*(A) = \frac{M}{N}$ ; C)  $P^*(A) = \frac{N}{M}$ ;

11. В урне имеется  $m$  различных шаров. Последовательно извлекается  $n$  шаров с возвращением. Сколько вариантов может иметь последовательность из  $n$  извлекаемых шаров?

A)  $(m-n)!$ ; B)  $\frac{m!}{(m-n)!}$ ; C)  $m^n$ ;

12. Сколько перестановок можно образовать из 4 различных предметов?

A) 12; B) **24**; C) 6;

13. Сколько сочетаний можно образовать из 4 различных предметов по 2?

A) 12; B) 24; C) **6**;

14. Сколько размещений можно образовать из 4 различных предметов по 2 с учетом порядка?

A) **12**; B) 24; C) 6;

15. Сколько различных слов можно образовать из 4 различных букв по 2 буквы?

A) 12; B) **16**; C) 8;

16. Какое выражение ошибочно?

A)  $0! = 1$ ; B)  **$0! = 0$** ; C)  $1! = 1$ ; D)  $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ ;

17.  $\Gamma(n)$  – гамма-функция. Какие выражения верны?

A)  $n! = \Gamma(n+1)$ ; B)  $n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$ ; C)  $(n+1)! = n \cdot n!$ ; D)  $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ ;

18. Какое выражение для вычисления факториала называется формулой Стирлинга, если  $\Gamma(n)$  – гамма-функция?

A)  $n! = \Gamma(n + 1)$ ; B)  $n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$ ; C)  $n! = n \cdot (n - 1)!$ ; D)  $n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ ;

### РАЗДЕЛ 5

1. События A и B несовместимы. Чему равна вероятность реализации одного из них [события C], если известны  $P(A)$  и  $P(B)$ ?

A)  $P(C) = P(A) + P(B)$ ; B)  $P(C) = P(A) + P(B) + P(AB)$ ; C)  $P(C) = P(A) \cdot P(B)$ ;

2. События A и B несовместимы. Чему равна вероятность события E совместной их реализации, если известны  $P(A)$  и  $P(B)$ ?

A)  $P(E) = P(A) \cdot P(B)$ ; B)  $P(E) = 0$ ; C)  $P(E) = P(A) + P(B)$ ;

3. События A и B совместимы. Известны вероятности  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(AB)$ . Чему равна вероятность события C, состоящего в реализации A или B или A и B?

A)  $P(C) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ;

B)  $P(C) = P(A) + P(B) + P(AB)$ ;

C)  $P(C) = P(A) + P(B)$ ;

4. События A и B совместимы. Чему равна вероятность реализации и A и B [события C]?

A)  $P(C) = P(A) \cdot P(B)$ ;

B)  $P(C) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ;

C)  $P(C) = P(A) + P(B) - P(A + B)$ ;

D)  $P(C) = 0$ ;

5. События A и  $\bar{A}$  противоположны. Чему равна вероятность их суммы?

A)  $P(A + \bar{A}) = 0$ ; B)  $P(A + \bar{A}) = 1$ ; C)  $P(A + \bar{A}) = 0.5$ ;

6. События A и  $\bar{A}$  противоположны. Чему равна вероятность события  $\bar{A}$ , если  $P(A)$  известна?

A)  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ; B)  $P(\bar{A}) = 1/P(A)$ ; C)  $P(\bar{A}) = -P(A)$ ;

7. Как выражается вероятность суммы трех событий A, B, C?

A)  $P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C)$ ;

B)  $P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) + P(ABC)$ ;

C)  $P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$ ;

8. Круговая мишень состоит из 3-х зон: 1, 2, 3; Вероятность попадания в эти зоны равна 0,15; 0,23; 0,17 соответственно. Какова вероятность промаха?

A) 0,55; B) 0,5; C) **0,45**;

9. В лотерее 1000 билетов. Из них 1 – выигрыш 500 руб., 10 – выигрыш 100 руб., 50 – выигрыш 20 руб. Какова вероятность выигрыша не менее 20 руб?

A) 0,07; B) **0,061**; C) 0,05;

10. Круговая мишень состоит из 3-х зон: 1, 2, 3; Вероятность попадания в эти зоны равна 0,15; 0,23; 0,17 соответственно. Какова вероятность попадания?

A) **0,55**; B) 0,5; C) 0,45;

11. Круговая мишень состоит из 3-х зон: 1, 2, 3; Вероятность попадания в эти зоны равна 0,15; 0,23; 0,17 соответственно. Какова вероятность непопадания в зону 1?

A) 0,55; B) **0,85**; C) 0,45;

12. Круговая мишень состоит из 3-х зон: 1, 2, 3; Вероятность попадания в эти зоны равна 0,15; 0,23; 0,17 соответственно. Какова вероятность непопадания в зоны 2 и 3?

A) 0,55; B) **0,6**; C) 0,45;

13. В лотерее 1000 билетов. Из них 1 – выигрыш 500 руб., 10 – выигрыш 100 руб., 50 – выигрыш 20 руб. Какова вероятность выигрыша более 20 руб?

А)0,011; В)0,061; С)0,05;

14.В лотерее 1000 билетов. Из них 1 – выигрыш 500 руб., 10 – выигрыш 100 руб., 50 – выигрыш 20 руб. Какова вероятность нулевого выигрыша ?

А)0,91; А)0,939; С)0,940;

15.События А и В несовместимы. Чему равна вероятность события С, состоящего в том, что ни А ни В не произойдут, если известны  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(AB)$  ?

А)  $P(C) = 1 - P(A) - P(B)$ ; В)  $P(C) = 1 - P(AB)$ ; С)  $P(C) = 1 - P(A) \cdot P(B)$ ;

16.События А и В совместимы. Чему равна вероятность реализации события С, состоящего в том, что ни одно из них не произойдет?

А)  $P(C) = 1 - P(AB)$ ;

В)  $P(C) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$ ;

С)  $P(C) = 1 - P(A + B)$ ;

Д)  $P(C) = 1 - P(A) - P(B) + P(A + B)$ ;

### РАЗДЕЛ 6

1.Какие события называют независимыми?

А)Они не могут произойти совместно;

**В)Вероятность их появления не зависит от появления других событий.**

2.События А и В независимые. Какая формула ошибочна?

А)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B | A)$ ;

В)  $P(A | B) = P(B | A)$ ;

С)  $P(A) \cdot P(B | A) = P(B) \cdot P(A | B)$ ;

Д)  $P(A | B) = P(A)$ ;

3.В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимаются два шара. Какова вероятность, что они оба белые?

А)0,1; В)0,16; С)0,2;

4.В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимаются два шара. Какова вероятность, что они оба черные?

А)0,16; **В)0,3**; С)0,1;

5.Обработка детали выполняется за 3 операции. Вероятность брака на операциях равна  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  соответственно. Какова вероятность годной детали?

А)  $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$ ; В)  $1 - P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$ ; С)  $(1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3)$ ;

6.Станок состоит из трех узлов. Вероятность их безотказной работы  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  соответственно. Какова вероятность безотказной работы станка в целом?

А)  $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$ ; В)  $(1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3)$ ; С)  $P_1 + P_2 + P_3$ ;

7.Событие А может произойти с событиями  $H_1$ ,  $H_2$ . Безусловные вероятности событий  $H_1$ ,  $H_2$  равны  $P(H_1)$ ,  $P(H_2)$ . Вероятности события А вместе с  $H_1$  или  $H_2$  равны  $P(A | H_1)$ ,  $P(A | H_2)$ . Чему равна вероятность события А?

А)  $P(A) = P(H_1) \cdot P(H_1 | A) + P(H_2) \cdot P(H_2 | A)$ ;

В)  $P(A) = P(A | H_1) + P(A | H_2)$ ;

С)  $P(A) = P(H_1) \cdot P(A | H_1) + P(H_2) \cdot P(A | H_2)$ ;

8.Имеется три одинаковые урны. В первой урне 2 белых и 1 черный шар, во 2-ой урне – 3 белых и 1 черный шар, в 3-ей урне – 2 белых и 2 черных шара. Выбираем случайно одну урну и вытаскиваем из нее шар. Какова вероятность, что он белый?

А)  $\frac{5}{12}$ ; **В)  $\frac{23}{36}$** ; С)  $\frac{33}{42}$ ; С)  $\frac{7}{18}$ ;

9. Имеются две несовместимых гипотезы  $H_1$ ,  $H_2$ , образующие полную группу. Их вероятности  $P(H_1)$  и  $P(H_2)$ . Известны условные вероятности  $P(A|H_1)$  и  $P(A|H_2)$ .

Какова вероятность  $P(H_1|A)$ ?

А)  $P(H_1|A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(A|H_1) + P(A|H_2)}$ ;

В)  $P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1)}{P(A|H_1) + P(A|H_2)}$ ;

С)  $P(H_1|A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)}$ ;

10. В партии 40% деталей обработано на первом станке, а 60% - на втором станке. Вероятность брака на станках  $P_1$  и  $P_2$  соответственно. Какова вероятность того, что случайно выбранная деталь, оказавшаяся дефективной, обработана на первом станке?

А)  $\frac{0.4P_1}{0.4P_1 + 0.6P_2}$ ; В)  $\frac{P_1}{0.4P_1 + 0.6P_2}$ ; С)  $\frac{0.6P_1}{0.4P_1 + 0.6P_2}$ ;

11. В партии 40% деталей обработано на первом станке, а 60% - на втором станке. Вероятность брака на станках  $P_1$  и  $P_2$  соответственно. Какова вероятность того, что случайно выбранная деталь, оказавшаяся дефективной, обработана на втором станке?

А)  $\frac{0.4P_2}{0.4P_1 + 0.6P_2}$ ; В)  $\frac{P_2}{0.4P_1 + 0.6P_2}$ ; С)  $\frac{0.6P_2}{0.4P_1 + 0.6P_2}$ ;

12. Какая формула ошибочна, если  $A$  и  $B$  независимые события?

А)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$ ;

В)  $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$ ;

С)  $P(AB) = P(A)P(A|B)$ ;

Д)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ ;

13. Какие формулы верны, если  $A$  и  $B$  независимые события?

А)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$ ;

В)  $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$ ;

С)  $P(AB) = P(A)P(A|B)$ ;

Д)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ ;

14. Какие формулы ошибочны, если  $A$  и  $B$  зависимые события?

А)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$ ;

В)  $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$ ;

С)  $P(AB) = P(A)P(A|B)$ ;

Д)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ ;

15. Какие формулы верны, если  $A$  и  $B$  зависимые события?

А)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$ ;

В)  $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$ ;

С)  $P(AB) = P(A)P(A|B)$ ;

Д)  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ ;

16. Имеется три одинаковые урны. В первой урне 2 белых и 1 черный шар, во 2-ой урне – 3 белых и 1 черный шар, в 3-ей урне – 2 белых и 2 черных шара. Выбираем случайно одну урну и вытаскиваем из нее шар. Какова вероятность, что он черный?



A)  $\frac{5}{12}$ ; B)  $\frac{13}{36}$ ; C)  $\frac{33}{42}$ ; D)  $\frac{7}{18}$ ;

17. События A и B несовместимы. Какова вероятность их произведения?

A)  $P(AB) = P(A)P(B)$ ; B)  $P(AB) = 0$ ; C)  $P(AB) = P(A) + P(B)$ ;

### РАЗДЕЛ 7 \_ Случайные величины и их законы распределения.

1. Какая случайная величина называется дискретной? Укажите ошибочное утверждение.

A) Если она принимает только целочисленные значения;

**B) Вероятности могут принимать значения только из заданного ряда значений.**

C) Если возможные значения можно пронумеровать;

2. Какая случайная величина называется непрерывной?

A) Она может принимать все целочисленные значения в заданном интервале.

**B) Она может принимать любые значения в заданном интервале;**

C) Вероятности значений случайной величины могут быть любыми от 0 до 1;

3. Что определяет функция распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$ ?

A) Вероятность того, что  $X = x$ ;

B) Вероятность того, что  $X > x$ .

**C) Вероятность того, что  $X < x$ ;**

4. Чему равна функция распределения  $F(x)$  при  $x = \infty$  ?

A)  $F(\infty) = 0$ ; B)  $F(\infty) = 0,5$ ; C)  $F(\infty) = 1$ ;

5. Чему равна функция распределения при  $x = -\infty$  ?

A)  $F(-\infty) = 0$ ; B)  $F(-\infty) = 0,5$ ; C)  $F(-\infty) = 1$ ;

6. Чему равна вероятность того, что  $X > x$ ?

A)  $F(x)$ . B)  $1 - F(x)$ ; C)  $\int_{-\infty}^x f(x) dx$ ;

7. Чему равна вероятность того, что  $X > x_1$  и  $X < x_2$ , если  $x_2 > x_1$ ?

A)  $F(x_1) - F(x_2)$ ; B)  $F(x_2) - F(x_1)$ ; C)  $F(x_1) + F(x_2)$ ;

8. Чему равна вероятность  $X = a$ , если  $X$  – непрерывная случайная величина с распределением  $F(x)$  и плотностью  $f(x)$ ,  $a$  – конкретное значение?

A)  $P(X=a) = f(a)$ ; B)  $P(X=a) = 0$ ; C)  $P(X=a) = F(a)$ ;

9. Как изменяется функция распределения  $F(x)$  непрерывной случайной величины  $X$  с ростом  $x$ ?

A) Монотонно убывает от 1 до 0; B) **Монотонно возрастает от 0 до 1;**

10. Как изменяется функция распределения  $F(x)$  непрерывной случайной величины  $X$  с ростом  $x$ ?

**A) Монотонно увеличивается от 0 до 1;**

B) Монотонно убывает от 1 до 0;

C) Монотонно увеличивается от 0 до 1, а затем снижается до 0;

11. Как изображается распределение дискретной случайной величины? Укажите ошибочное утверждение.

A) В виде полигона;

B) В виде решетчатой диаграммы;

**C) В виде графика монотонной возрастающей функции.**

D) В виде таблицы из ряда значений и соответствующих им вероятностям;

12. Как изображается распределение дискретной случайной величины? Укажите верные утверждения.

**A) В виде полигона;**

**B) В виде решетчатой диаграммы;**

C) В виде монотонной возрастающей функции.

**D) В виде ряда значений и соответствующих им вероятностям;**

13. Какая случайная величина называется дискретной? Укажите верные утверждения.

А) Если она занимает только целочисленные значения;

В) Вероятности значений могут принимать только дискретные значения.

С) Если возможные значения можно пронумеровать;

14. Как изменяется функция распределения  $F(x)$  дискретной случайной величины  $X$  с ростом  $x$ ?

А) Ступенчато увеличивается от 0 до 1;

В) Ступенчато убывает от 1 до 0;

С) Ступенчато увеличивается от 0 до 1, а затем ступенчато снижается до 0;

15. Чему равна вероятность того, что  $X > m$  для дискретной случайной величины, заданной вероятностями  $P(X = n) = p_n$ ?

А)  $P(X > m) = \sum_{n \leq m} p_n$ ; В)  $P(X > m) = \sum_{n > m} p_n$ ; С)  $P(X > m) = \sum_{n \geq m} p_n$ ;

16. Чему равна вероятность того, что  $X < m$  для дискретной случайной величины, заданной вероятностями  $P(X = n) = p_n$ ?

А)  $P(X < m) = \sum_{n < m} p_n$ ; В)  $P(X < m) = \sum_{n > m} p_n$ ; С)  $P(X < m) = \sum_{n \leq m} p_n$ ;

### РАЗДЕЛ 8 \_ Плотность распределения

1. Как определяется плотность распределения непрерывной случайной величины  $X$  через функцию распределения  $F(x)$ ?

А)  $f(x) = \int_{-\infty}^x F(x) dx$ ; В)  $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ ; С)  $f(x) = -\frac{dF(x)}{dx}$ ;

2. Может ли плотность случайной величины принимать отрицательные значения?

А) Может; В) Не может.

3. Как выражается функция распределения  $F(x)$  через плотность распределения  $f(x)$ ?

А)  $F(x) = \int_x^{\infty} f(x) dx$ ; В)  $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ ; С)  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$ ;

4. Чему равна вероятность, что случайная величина  $X$  больше  $a$  и меньше  $b$ ,  $b > a$ ?

А)  $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$ ; В)  $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) x dx$ ; С)  $P(a < X < b) = \int_a^b F(x) dx$ ;

5. Какова вероятность того, что случайная величина с плотностью распределения  $f(x)$

попадет в интервал  $x, x + dx$ , где  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$ ?

А)  $F(x) dx$ ; В)  $f(x) \cdot dx$ ; С)  $f(x + dx) - f(x)$ ;

6. Чему равен интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ , где  $f(x)$  – плотность распределения случайной величины  $X$ ?

А) 0,5; В) 1; С) 0;

7. Чему равна вероятность того, что  $X > a$ , если  $f(x)$  – плотность распределения  $X$ ?

А)  $P(X > a) = \int_a^{\infty} f(x) x dx$ ; В)  $P(X > a) = \int_a^{\infty} f(x) dx$ ; С)  $P(X > a) = 1 - \int_a^{\infty} f(x) dx$ ;

8. Чему равна вероятность того, что  $X > a$ , если  $F(x)$  – функция распределения  $X$ ?

А)  $P(X > a) = 1 - F(a)$ ; В)  $P(X > a) = F(a)$ ; С)  $P(X > a) = F(1 - a)$ ;

9. Чему равна вероятность, что случайная величина  $X$  больше  $a$  и меньше  $b$ ,  $b > a$ , если  $F(x)$  – функция распределения  $X$ ?

А)  $P(a < X < b) = F(a) - F(b)$ ;    В)  $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$ ;    С)  $P(a < X < b) = F(b - a)$ ;

10. Непрерывно распределенная величина  $X$  имеет плотность  $f(x)$ . Чему равна вероятность  $P(X = a)$ , где  $a$  фиксированное число?

А)  $P(X = a) = 0$ ;    В)  $P(X = a) = f(a)$ ;    С)  $P(X = a) = F(a)$ ;

11. Как определяется плотность распределения непрерывной случайной величины  $X$  через функцию распределения  $F(x)$ ?

А)  $f(x) = -\frac{dF(x)}{dx}$ ;    В)  $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ ;    С)  $f(x) = \int_{-\infty}^x F(x) dx$ ;

12. Чему равна вероятность того, что  $X > a$ , если  $f(x)$  – плотность распределения  $X$ , а  $F(x)$  – функция распределения?

А)  $P(X > a) = \int_a^{\infty} f(x) x dx$ ;    В)  $P(X > a) = 1 - F(a)$ ;    С)  $P(X > a) = \int_a^{\infty} f(x) dx$ ;

13. Может ли плотность случайной величины принимать значения больше 1?

А) Не может;    В) **Может**;    С) Максимум плотности равен 1;

14. Может ли функция распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$  принимать отрицательные значения?

А) **Не может**;    В) Может;    С) Если  $x < 0$ , то может;

15. Может ли функция распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$  принимать значения больше 1?

А) **Не может**;    В) Может;    С) Если  $x \rightarrow \infty$ , то может;

16. Непрерывно распределенная величина  $X$  имеет плотность  $f(x)$  и функцию распределения  $F(x)$ . Чему равна вероятность  $P(X = a)$ , где  $a$  фиксированное число?

А)  $P(X = a) = 0$ ;    В)  $P(X = a) = F(a)$ ;    С)  $P(X = a) = f(a)$ ;

17. Непрерывно распределенная величина  $X$  имеет плотность  $f(x)$  и функцию распределения  $F(x)$ . Какие утверждения ошибочны, если  $a$  фиксированное число?

А)  $P(X = a) = 0$ ;    В)  $P(X = a) = F(a)$ ;    С)  $P(X = a) = f(a)$ ;

## РАЗДЕЛ 9

1. Как изменяется функция распределения  $F(x)$  неслучайной величины  $X = a$ ?

А) Она при  $x < a$  равна 1, а при  $x > a$  равна 0;

В) Она при  $x < a$  равна 0, а при  $x > a$  равна 1;

С) Она при  $x < a$  и  $x > a$  равна 0, а при  $x = a$  равна  $\infty$ ;

2. Как изменяется плотность распределения  $f(x)$  неслучайной величины  $X = a$ ? Укажите ошибочное утверждение:

А) Она при  $x < a$  равна 0, а при  $x \geq a$  равна 1;

В) Плотность изменяется, как дельта функция  $\delta(x - a)$ ;  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - a) dx = 1$ ;

С) Она всегда равна 0 кроме точки  $x = a$ , где она бесконечна;

3. Дискретная случайная величина  $X$  принимает значения  $X_1, X_2, \dots, X_i$  с вероятностями  $P_1, P_2, \dots, P_n$ . Чему равно математическое ожидание?

А)  $\bar{X} = \sum_{i=1}^n P_i \cdot |X_i|$  где  $|X_i|$  – абсолютная величина  $X_i$ ;

В)  $\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{X_i}$ ;

$$C) \bar{X} = \sum_{i=1}^n P_i \cdot X_i ;$$

$$D) \bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{P_i} ;$$

4. Дискретная случайная величина  $X$  принимает значения  $X_1, X_2, \dots, X_i$  с вероятностями  $P_1, P_2, \dots, P_n$ . Как определяется дисперсия? Укажите ошибочное утверждение.

$$A) D_x = \sum_i P_i X_i^2 - (\bar{X})^2 ; \quad B) D_x = \sum_i P_i X_i^2 ; \quad C) D_x = \sum_i P_i \cdot (X_i - \bar{X})^2 ;$$

5. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет функция распределения  $F(x)$  и плотность распределения  $f(x)$ . Чему равно математическое ожидание?

$$A) \bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx ; \quad B) \bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) dx ; \quad C) \bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx ;$$

6. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет функция распределения  $F(x)$  и плотность распределения  $f(x)$ . Чему равна дисперсия  $X$ ? Укажите ошибочное утверждение:

$$A) D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2 dx - (\bar{x})^2 ; \quad B) D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2 dx ; \quad C) D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)(x - \bar{x})^2 dx ;$$

7. Как определяется начальные моменты случайной величины  $X$  с плотностью  $f(x)$  и функцией распределения  $F(x)$ ?

$$A) \bar{X}^n = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^n dx ; \quad B) \bar{X}^n = \int_{-\infty}^{\infty} F(x)x^n dx ; \quad C) \bar{X}^n = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)(x - \bar{X})^2 dx ;$$

8. Как определяется центральные моменты случайной величины  $X$  с плотностью  $f(x)$ , функцией распределения  $F(x)$  и математическим ожиданием  $\bar{X}$  ;

$$A) \dot{\bar{X}}^n = \int_{-\infty}^{\infty} F(x)(x - \bar{X})^n dx ;$$

$$B) \dot{\bar{X}}^n = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^n - (\bar{X})^n dx ;$$

$$C) \dot{\bar{X}}^n = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)(x - \bar{X})^n dx ;$$

9. Что такое мода случайной величины  $X$  с плотностью  $f(x)$ , функцией распределения  $F(x)$ ?

$$A) m_0 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx ;$$

**В) Это такое значение  $x$ , при котором плотность  $f(x)$  максимальна;**

С) Это такое значение  $m_0$ , что  $F(m_0) = 0.5$  ;

**Д) Это корень уравнения  $\frac{df(x)}{dx} = 0$ ;**

10. Что такое медиана случайной величины  $X$  с плотностью  $f(x)$ , функцией распределения  $F(x)$ ?

$$A) m_e = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx ;$$

**В) Это такое значение  $x = m_e$ , при котором  $f(m_e) = 0.5$ ;**

$$C) m_e = \int_{-\infty}^{0.5} f(x)x dx;$$

**D) Это такое значение  $m_e$ , что  $F(m_e) = 0.5$ ;**

11. Как изменяется плотность распределения  $f(x)$  неслучайной величины  $X=a$ ?

A) Она при  $x < a$  равна 0, а при  $x \geq a$  равна 1;

**B) Плотность изменяется, как дельта функция  $\delta(x-a)$ ;  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a) dx = 1$ ;**

**C) Она всегда равна 0 кроме точки  $x=a$ , где она бесконечна;**

12. Дискретная случайная величина  $X$  принимает значения  $X_1, X_2, \dots, X_i$  с вероятностями  $P_1, P_2, \dots, P_n$ . Как определяется дисперсия?

$$A) D_x = \sum_i P_i X_i^2 - (\bar{X})^2; \quad B) D_x = \sum_i P_i X_i^2; \quad C) D_x = \sum_i P_i \cdot (X_i - \bar{X})^2;$$

13. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет функция распределения  $F(x)$  и плотность распределения  $f(x)$ . Чему равна дисперсия  $X$ ?

$$A) D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2 dx - (\bar{X})^2; \quad B) D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2 dx; \quad C) D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)(x - \bar{X})^2 dx;$$

14. Что такое медиана случайной величины  $X$  с плотностью  $f(x)$ , функцией распределения  $F(x)$ ?

$$A) m_e = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx;$$

**B) Это такое значение  $X = m_e$ , при котором  $f(m_e) = 0.5$ ;**

**C) Это решение уравнения  $\int_{-\infty}^{\mu_e} f(x) dx = 0.5$ ;**

**D) Это такое значение  $X = m_e$ , что  $F(m_e) = 0.5$ ;**

15. Как определяется третий центральный момент случайной величины  $X$  с плотностью распределения  $f(x)$ ?

$$A) \mu_3 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^3 dx - \bar{X}^3 dx; \quad B) \mu_3 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)(x - \bar{X})^3 dx; \quad C) \mu_3 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^3 dx;$$

16. Что верно?

A) Математическое ожидание – это первый центральный момент случайной величины;

**B) Математическое ожидание – это первый начальный момент случайной величины;**

C) Математическое ожидание – это наиболее вероятное значение случайной величины;

17. Что верно?

**A) Дисперсия – это второй центральный момент случайной величины;**

B) Дисперсия – это второй начальный момент случайной величины;

C) Дисперсия равна квадрату математического ожидания;

## РАЗДЕЛ 10

1. Что такое квантиль порядка  $\gamma$  случайной величины  $X$  с плотностью  $f(x)$ , функцией распределения  $F(x)$ ? Укажите ошибочное утверждение.

A) Это корень уравнения  $F(x) = \gamma$ ;

**B) Если  $X_\gamma$  - квантиль случайной величины  $X$ , то  $F(X_\gamma) = \gamma$ ;**

С) Это решение уравнения  $\int_{-\infty}^{X_\gamma} f(x)dx = \gamma$ .

Д)  $X_\gamma = \int_{-\infty}^{\gamma} F(x)dx$ ;

2. Можно ли сказать, что медиана случайной величины  $X$  – это квантиль порядка 0,5?

А) Да; В) Нет; С) Не обязательно;

3. Что такое дисперсия случайной величины  $X$  с плотностью  $f(x)$ , функцией распределения  $F(x)$ ? Укажите ошибочное утверждение:

А) Это второй центральный момент;

В)  $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)(x - \bar{X})^2 dx$ ;

С)  $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2 dx - (\bar{X})^2$ ;

Д) Это второй начальный момент;

4. Что такое коэффициент вариации случайной величины  $X$  со средним значением  $\bar{X}$  и дисперсией  $D_x$ ?

А)  $K_B = \sqrt{\frac{D_x}{\bar{X}}}$ ; В)  $K_B = \frac{\sqrt{D_x}}{\bar{X}}$ . С)  $K_B = \frac{D_x}{\bar{X}}$ ;

5. Что такое асимметрия случайной величины  $X$ , если  $\mu_3$  - третий центральный момент,  $\sigma_x$  - квадратичное отклонение,  $D_x$  - дисперсия?

А)  $S_x = \frac{\mu_3}{\sigma_x}$ ; В)  $S_x = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3}$ ; С)  $S_x = \frac{\mu_3}{D_x}$ ;

6. Что такое эксцесс случайной величины  $X$ , если  $\mu_4$  - четвертый центральный момент,  $\sigma_x$  - квадратичное отклонение,  $D_x$  - дисперсия,  $\bar{X}$  - математическое ожидание? Укажите ошибочное утверждение:

А)  $E_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^2} - 3$ . В)  $E_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3$ ; С)  $E_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4}$ ;

7. Что такое квантиль порядка  $\gamma$  случайной величины  $X$  с плотностью  $f(x)$ , функцией распределения  $F(x)$ ?

А) Это корень уравнения  $F(x) = \gamma$ ;

В) Если  $X_\gamma$  - квантиль случайной величины  $X$ , то  $F(X_\gamma) = \gamma$ ;

С) Это решение уравнения  $\int_{-\infty}^{X_\gamma} f(x)dx = \gamma$ ;

Д)  $X_\gamma = \int_{-\infty}^{\gamma} F(x)dx$ ;

8. Какие показатели характеризуют разброс случайной величины  $X$ ?

А) Математическое ожидание  $\bar{X}$ ;

В) Квадратичное отклонение  $\sigma_x$ ;

С) Коэффициент вариации  $K_B$ ;

**D) Дисперсия  $D_x$ ;**

9. Какой показатель характеризуют относительный разброс случайной величины  $X$ ?

A) Математическое ожидание  $\bar{X}$ ;

В) Квадратичное отклонение  $\sigma_x$ ;

**С) Коэффициент вариации  $K_B$ ;**

D) Дисперсия  $D_x$ ;

10. Случайная величина  $X$  измеряется в миллиметрах. Какую размерность имеет дисперсия  $X$ ?

A)  $\text{мм}^2$ ; В) безразмерна; С) мм;

11. Случайная величина  $X$  измеряется в миллиметрах. Какую размерность имеет квадратичное отклонение  $\sigma_x$ ?

A)  $\text{мм}^2$ ; В) безразмерно; **С) мм;**

12. Случайная величина  $X$  измеряется в миллиметрах. Какую размерность имеет коэффициент вариации  $K_B$ ?

A)  $\text{мм}^2$ ; **В) безразмерен;** С) мм;

13. Случайная величина  $X$  измеряется в миллиметрах. Какую размерность имеет коэффициент асимметрии  $S_k$ ?

A)  $\text{мм}^2$ ; **В) безразмерен;** С) мм;

14. Случайная величина  $X$  измеряется в миллиметрах. Какую размерность имеет квантиль  $X_\gamma$  порядка  $\gamma$ ?

A)  $\text{мм}^2$ ; В) безразмерен; **С) мм;**

15. Случайная величина  $X$  измеряется в миллиметрах. Какую размерность имеет математическое ожидание  $\bar{X}$ ?

A)  $\text{мм}^2$ ; В) безразмерно; **С) мм;**

16. Случайная величина  $X$  измеряется в миллиметрах. Какую размерность имеет медиана  $\mu_e$ ?

A)  $\text{мм}^2$ ; В) безразмерен; **С) мм;**

## **РАЗДЕЛ 11**

1. Случайная величина  $X$  равномерно распределена в интервале  $[a, b]$ . Чему равна ее плотность  $f(x)$ ?

A)  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a \text{ и } x > b \\ \frac{1}{b-a}, & \text{при } a \leq x \leq b. \end{cases}$ ;

В)  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a \text{ и } x > b \\ \frac{1}{a+b}, & \text{при } a \leq x \leq b; \end{cases}$

С)  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a \text{ и } x > b \\ \frac{2}{a+b}, & \text{при } a \leq x \leq b; \end{cases}$

2. Чему равна функция распределения  $F(x)$  равномерно распределенной в интервале  $[a, b]$  случайной величины  $X$ ?

$$\text{A) } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a \text{ и } x > b \\ \frac{x}{b-a}, & \text{при } a \leq x \leq b; \\ 1, & \text{при } x > b \end{cases}$$

$$\text{B) } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a \text{ и } x > b \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{при } a \leq x \leq b; \\ 1, & \text{при } x > b \end{cases}$$

$$\text{C) } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a \text{ и } x > b \\ 2 \frac{x-a}{b+a}, & \text{при } a \leq x \leq b; \\ 1, & \text{при } x > b \end{cases}$$

3. Чему равно математическое ожидание равномерно распределенной в интервале  $[a, b]$  случайной величины  $X$ ?

$$\text{A) } \bar{X} = \frac{a+b}{2}; \quad \text{B) } \bar{X} = \frac{b-a}{2}; \quad \text{C) } \bar{X} = \frac{a-b}{2};$$

4. Случайная величина  $X$  равномерно распределена в интервале  $[a, b]$ . Укажите ошибочное утверждение:

$$\text{A) Квадратичное отклонение } \sigma_x = \frac{b-a}{2\sqrt{3}};$$

$$\text{B) Дисперсия } D_x = \frac{(b-a)^2}{6};$$

$$\text{C) Асимметрия } S_k = 0;$$

$$\text{D) Математическое ожидание равно } \frac{a+b}{2};$$

5. Случайная величина  $X$  равномерно распределена в интервале  $[a, b]$ . Чему равна вероятность  $P\left(X < \frac{a+b}{2}\right)$ ?

$$\text{A) } 0,25; \quad \text{B) } 1,0; \quad \text{C) } 0,5;$$

6. Распределение Симпсона имеет вид равнобедренного треугольника с основанием  $b-a$ . Укажите ошибочное утверждение:

$$\text{A) Математическое ожидание } \bar{X} = \frac{a+b}{2};$$

$$\text{B) Медиана } \mu_e = \frac{b-a}{2};$$

$$\text{C) Мода } \mu_0 = \frac{a+b}{2};$$

7. Распределение Симпсона случайной величины  $X$  имеет вид равнобедренного треугольника с основанием  $b-a$ . Чему равна плотность при  $x$  равном моде?

$$\text{A) } \frac{2}{b-a}; \quad \text{B) } \frac{2}{a+b}; \quad \text{C) } \frac{1}{b-a};$$

8. Распределение Симпсона случайной величины  $X$  имеет вид равнобедренного треугольника с основанием  $b-a$ . Укажите ошибочное утверждение.



А) Математическое ожидание  $\bar{X} = \frac{a+b}{2}$ ;

**В) Медиана равна  $\mu_e = \frac{b-a}{2}$ ;**

А) Мода  $\mu_o = \frac{a+b}{2}$ ;

9. Распределение Симпсона имеет вид равнобедренного треугольника с основанием  $b-a$ . Чему равна плотность при  $X$  равном моде? Укажите ошибочные утверждения.

А)  $\frac{2}{b-a}$ ; **В)  $\frac{2}{a+b}$ ; С)  $\frac{1}{b-a}$ ;**

10. Распределение Симпсона случайной величины  $X$  имеет вид равнобедренного треугольника с основанием  $b-a$ . Укажите ошибочное утверждение.

А)  $\sigma_x = \frac{b-a}{2 \cdot \sqrt{6}}$ ;

В) Ассиметрия  $S_k = 0$ ;

С) Математическое ожидание  $X = \frac{a+b}{2}$ ;

**Д)  $\sigma_x = \frac{b-a}{2 \cdot \sqrt{3}}$ ;**

11. Случайная величина  $X$  равномерно распределена в интервале  $[a, b]$ . Укажите верные утверждения:

**А) Квадратичное отклонение  $\sigma_x = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$ ;**

В) Дисперсия  $D_x = \frac{(b-a)^2}{6}$ ;

С) Асимметрия  $S_k = 0$ ;

**Д) Математическое ожидание равно  $\frac{a+b}{2}$ ;**

12. Случайная величина  $X$  равномерно распределена в интервале  $[a, b]$ . Чему равна вероятность  $P\left(X > \frac{a+b}{2}\right)$ ?

А) 0,25; В) 1,0; **С) 0,5;**

13. Распределение Симпсона имеет вид равнобедренного треугольника с основанием  $b-a$ . Укажите верные утверждения.

**А) Математическое ожидание  $\bar{X} = \frac{a+b}{2}$ ;**

В) Медиана равна  $\mu_e = \frac{b-a}{2}$ ;

**С) Мода  $\mu_o = \frac{a+b}{2}$ ;**

14. Распределение Симпсона случайной величины  $X$  имеет вид равнобедренного треугольника с основанием  $b-a$ . Укажите верные утверждения.

А)  $\sigma_x = \frac{b-a}{2 \cdot \sqrt{6}}$ ;

**В) Ассиметрия  $S_k = 0$ ;**

С) Математическое ожидание  $X = \frac{a+b}{2}$ ;

D)  $\sigma_x = \frac{b-a}{2 \cdot \sqrt{3}}$ ;

15. Случайная величина  $X$  равномерно распределена в интервале от  $a$  до  $b$ . Чему равна мода?

А) Мода не имеет определенного значения; В)  $\mu_o = (a+b)/2$ ; С)  $\mu_o = (b-a)/2$ ;

16. Случайная величина  $X$  равномерно распределена в интервале от  $a$  до  $b$ . Чему равна функция распределения  $F(x)$  при  $x > b$ ?

А) 0,5; В) 1,0; С) 0;

17. Случайная величина  $X$  равномерно распределена в интервале от  $a$  до  $b$ . Чему равна функция распределения  $F(x)$  при  $x < a$ ?

А) 0,5; В) 1,0; С) 0;

## РАЗДЕЛ 12 Дискретные распределения

1. Какое распределение случайной величины  $X$  называется биномиальным?

А)  $P(x = n) = P(1 - P)^{n-1}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;

В)  $P(x = n) = C_{n+k-1}^n P^k (1 - P)^x$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

С)  $P(x = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ ;

D)  $P(x = n) = \frac{a^n}{n!} e^{-a}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

2. Какое распределение случайной величины  $X$  называется геометрическим?

А)  $P(x = n) = P(1 - P)^{n-1}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;

В)  $P(x = n) = C_{n+k-1}^n P^k (1 - P)^x$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

С)  $P(x = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ ;

D)  $P(x = n) = \frac{a^n}{n!} e^{-a}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

3. Какое распределение случайной величины  $X$  называется распределением Пуассона?

А)  $P(x = n) = P(1 - P)^{n-1}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;

В)  $P(x = n) = C_{n+k-1}^n P^k (1 - P)^x$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

С)  $P(x = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ ;

D)  $P(x = n) = \frac{a^n}{n!} e^{-a}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

4. Какое распределение случайной величины  $X$  называется распределением Паскаля?

А)  $P(x = n) = P(1 - P)^{n-1}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;

В)  $P(x = n) = C_{n+k-1}^n P^k (1 - P)^x$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

С)  $P(x = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ ;

D)  $P(x = n) = \frac{a^n}{n!} e^{-a}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;

5. Какое распределение случайной величины  $X$  называется гипергеометрическим?

А)  $P(x = n) = (1 - P)^{n-1} \cdot P$ ,

$$\text{В)} P(X = d) = \frac{C_D^d \cdot C_{N-D}^{n-d}}{C_N^n},$$

$$\text{С)} P(x = d) = \frac{(Pn)^d}{d!} \cdot e^{-Pn};$$

$$\text{D)} P(x = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n},$$

6. Какое распределение используется для определения вероятности заданного числа появлений события  $A$  при его вероятности  $P$  после  $N$  испытаний?

А) Геометрическое; В) Паскаля; С) Пуассона; **Д) Биномиальное;**

7. Какое распределение используется для определения вероятности того, что событие  $A$  впервые появится при  $n$ -ом испытании при его вероятности в одном испытании  $P$ .

А) **Геометрическое;** В) Паскаля; С) Пуассона; D) Биномиальное;

8. Какое распределение позволяет определить вероятность брака  $d$  изделий в выборке размера  $n$  из партии размера  $N$  при числе дефектных изделий в партии  $D$ ?

А) Геометрическое; В) Паскаля; **С) Гипергеометрическое;** D) Биномиальное;

9. Какое распределение позволяет определить вероятность того, что для появления события  $A$   $k$  раз потребуется  $n$  испытаний при вероятности события  $A$  в одном испытании  $P$ ?

А) Геометрическое; **В) Паскаля;** С) Пуассона; D) Биномиальное;

10. Какое распределение позволяет определить вероятность того, что событие  $A$  появится подряд  $k$  раз с начала испытаний при вероятности события  $A$  в одном испытании  $P$ . Испытания проводятся до первого не появления  $A$ ?

А) **Геометрическое;** В) Паскаля; С) Пуассона; D) Биномиальное;

11. Какое распределение называют законом редких событий?

А) Геометрическое; В) Паскаля; **С) Пуассона;** D) Биномиальное;

12. К какому распределению стремится биномиальное распределение  $P(X = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  при  $N$  стремящемся к бесконечности?

А) **К нормальному распределению;**

В) К распределению Пуассона;

С) К геометрическому распределению;

13. К какому распределению стремится биномиальное распределение  $P(X = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  при  $P$  стремящемся к нулю?

А) К нормальному распределению.

**В) К распределению Пуассона;**

С) К геометрическому распределению;

14. Чему равно математическое ожидание распределения Пуассона

$$P(X = n) = \frac{a^n}{n!} e^{-a}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

А)  $\bar{X} = 1/a$ ; **В)  $\bar{X} = a$ ;** С)  $\bar{X} = a^2$ ;

15. Чему равно математическое ожидание биномиального распределения  $P(X = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ ?

А)  $\bar{X} = n \cdot P$ ; **В)  $\bar{X} = N/P$ ;** С)  $\bar{X} = N \cdot P$ ;

16. Чему равна дисперсия биномиального распределения

$$P(X = n) = C_N^n P^n (1 - P)^{N-n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N?$$

А)  $D_X = N \cdot P \cdot (1 - P)$ ; **В)  $D_X = n \cdot P \cdot (1 - P)$ ;** С)  $D_X = \sqrt{NP(1 - P)}$ ;

17. Чему равна дисперсия распределения Пуассона  $P(X = n) = \frac{a^n}{n!} e^{-a}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

А)  $D_X = a^2$ ; В)  $D_X = a$ ; С)  $D_X = \sqrt{a}$ ;

### РАЗДЕЛ 13 \_Нормальное и др. распределения

1. Укажите плотность показательного распределения?

А)  $f(x) = \frac{1}{a} e^{-ax}$ ,  $x \geq 0$ ;

В)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x\delta}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \ln a)^2}{2\delta^2}\right]$ ;

С)  $f(x) = \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{x}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\rho}\right)^\alpha\right]$ ;

Д)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$ ;

2. Укажите плотность нормального распределения?

А)  $f(x) = \frac{1}{a} e^{-ax}$ ,  $x \geq 0$ ;

В)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x\delta}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \ln a)^2}{2\delta^2}\right]$ ;

С)  $f(x) = \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{x}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\rho}\right)^\alpha\right]$ .

Д)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$ ;

3. Укажите плотность логарифмически нормального распределения?

А)  $f(x) = \frac{1}{a} e^{-ax}$ ,  $x \geq 0$ ;

В)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x\delta}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \ln a)^2}{2\delta^2}\right]$ ;

С)  $f(x) = \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{x}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\rho}\right)^\alpha\right]$ ;

Д)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$ ;

4. Укажите плотность распределения Вейбулла?

А)  $f(x) = \frac{1}{a} e^{-a/x}$ ,  $x \geq 0$ ;

В)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x\delta}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \ln a)^2}{2\delta^2}\right]$ ;

С)  $f(x) = \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{x}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\rho}\right)^\alpha\right]$ .

$$D) f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right];$$

5. Чему равно математическое ожидание и квадратичное отклонение для нормированного нормального распределения? Плотность  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]$ .

**A) Математическое ожидание равно 0, квадратичное отклонение равно 1;**

В) Математическое ожидание равно 0, квадратичное отклонение равно 0;

С) Математическое ожидание равно 1, квадратичное отклонение равно 0;

Д) Математическое ожидание равно 1, квадратичное отклонение равно 1;

6. Какое утверждение ошибочно?

**A) Произведение нормально распределенных величин имеет нормальное распределение;**

В) Произведение логарифмически нормально распределенных величин распределено логарифмически нормально;

С) Сумма нормального распределения величин распределена нормально;

7. Каким свойством обладает нормальное распределение? Укажите ошибочное утверждение.

А) Математическое ожидание, мода, медиана совпадают;

В) Ассиметрия и эксцесс равны 0;

**С) Математическое ожидание и дисперсия совпадают;**

Д) Сумма независимых величин стремится к нормальному распределению с ростом числа слагаемых ;

8. Какое распределение обладает марковским свойством (отсутствием последствий)?

А) Нормальное; В) Логарифмически нормальное; С) Вейбулла; **Д) Показательное;**

9. Какое распределение обладает экстремальным свойством?

А) Нормальное; В) Логарифмически нормальное; **С) Вейбулла;** Д) Показательное;

10. Какую форму имеет распределение Симпсона?

А) форму прямоугольного треугольника;

**В) форму равнобедренного треугольника.**

С) форму прямоугольника;

11. Какая плотность соответствует гамма-распределению?

$$A) f(t) = \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{t}{\rho}\right)^{\alpha-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\rho}\right)^\alpha}, t \geq 0;$$

$$B) f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta t}} \cdot \exp\left[-\frac{(\ln t - \ln a)^2}{2\delta^2}\right], t \geq 0;$$

$$C) f(t) = \frac{1}{\rho\Gamma(\alpha)} \cdot \left(\frac{t}{\rho}\right)^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{t}{\rho}}, t \geq 0;$$

12. Укажите ошибочное утверждение? Плотность гамма-распределения

$$f(t) = \frac{1}{\rho\Gamma(\alpha)} \left(\frac{t}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{t}{\rho}\right) \text{ соответствует:}$$

**А) при  $\alpha = 2$  - нормальному распределению;**

В) при  $\alpha$  целом положительном – распределению Эрланга;

С) при  $\alpha = \frac{n}{2} - 1$  (где  $n$  – целое число) и  $\rho = 2$  распределению Пирсона  $\chi^2$  (хи квадрат);

Д) при  $\alpha = 1$  - показательному распределению

13. Укажите верные утверждения? Плотность гамма-распределения

$$f(t) = \frac{1}{\rho \Gamma(\alpha)} \left(\frac{t}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{t}{\rho}\right) \text{ соответствует:}$$

А) при  $\alpha = 2$  - нормальному распределению;

В) при  $\alpha$  целом положительном – распределению Эрланга;

С) при  $\alpha = \frac{n}{2} - 1$  (где  $n$  – целое число) и  $\rho = 2$  распределению Пирсона  $\chi^2$  (хи квадрат);

Д) при  $\alpha = 1$  - показательному распределению

14. К какому распределению стремится гамма-распределение

$$f(t) = \frac{1}{\rho \Gamma(\alpha)} \left(\frac{t}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{t}{\rho}\right) \text{ при } \alpha \rightarrow \infty?$$

А) К нормальному распределению;

В) К показательному распределению;

С) К равномерному распределению;

15. С каким распределением совпадает распределение Вейбулла

$$f(x) = \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{x}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\rho}\right)^\alpha\right] \text{ при } \alpha = 1?$$

А) С гамма-распределением; В) С нормальным распределением; С) С показательным;

16. С каким распределением совпадает гамма-распределение

$$f(t) = \frac{1}{\rho \tilde{A}(\alpha)} \left(\frac{t}{\rho}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{t}{\rho}\right) \text{ при } \alpha = 1?$$

А) С распределением Вейбулла; В) С нормальным распределением; С) С показательным;

#### РАЗДЕЛ 14 \_ Система случайных величин.

1. Можно ли считать систему из двух случайных величин  $X, Y$  двумерной случайной величиной  $Z$  с проекциями на ось  $x$   $Z_x = X$  и на ось  $y$   $Z_y = Y$ ?

А) нельзя; В) можно, если  $X$  и  $Y$  независимы; С) можно;

2.  $(X, Y)$  – двумерная случайная величина, тогда функция ее распределения определяется так:

А)  $F(x, y)$  – это вероятность того, что  $X < x$  или  $Y < y$  или  $X < x$  и  $Y < y$ .

В)  $F(x, y)$  – это вероятность того, что  $X < x$  и  $Y < y$ ;

С)  $F(x, y)$  – это вероятность того, что  $X > x$  и  $Y > y$ .

3.  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Укажите ошибочное утверждение, если  $F_1(x), F_2(y)$  – распределения  $X$  и  $Y$  в отдельности:

А)  $F(x, -\infty) = 0, F(-\infty, y) = 0$ ;

В)  $F(x, \infty) = F_1(x), F(\infty, y) = F_2(y)$ ;

С)  $F(x, \infty) = 1, F(\infty, y) = 1$ ;

Д)  $F(\infty, \infty) = 1, F(-\infty, -\infty) = 0$ ;

4.  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ ; какова вероятность того, что  $a \leq X < b$  и  $c \leq Y < d$ ?

А)  $P((a \leq X < b) \text{ и } (c \leq Y < d)) = F(b, d) - F(a, c)$ ;

В)  $P((a \leq X < b) \text{ и } (c \leq Y < d)) = F(b, d) - F(a, d) - F(b, c) + F(a, c)$ ;

С)  $P((a \leq X < b) \text{ и } (c \leq Y < d)) = F(a, d) - F(b, c)$ ;

5. Как выражается плотность двумерной случайной величины  $(X, Y)$ , если  $F(x, y)$  – функция распределения?

$$A) f(x, y) = \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \cdot \frac{\partial F(x, y)}{\partial y};$$

$$B) f(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y};$$

$$C) f(x, y) = \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial F(x, y)}{\partial y};$$

6.  $f(x, y)$  – плотность распределения, а  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Какова вероятность того, что  $a \leq X < b$  и  $c \leq Y < d$ ?

$$A) P((a \leq X < b) \text{ и } (c \leq Y < d)) = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dy dx;$$

$$B) P((a \leq X < b) \text{ и } (c \leq Y < d)) = \int_a^b \int_c^d F(x, y) dx dy;$$

$$C) P((a \leq X < b) \text{ и } (c \leq Y < d)) = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy;$$

7. Как выражается функция распределения  $F(x, y)$  через плотность  $f(x, y)$ ?

$$A) F(x, y) = \int_x^\infty \int_y^\infty f(x, y) dx dy; \quad B) F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x, y) dy dx; \quad C) F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy;$$

8. Чему равен интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy$  если  $f(x, y)$  – плотность распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ ?

A) 0,5; B) 0; C) 1;

9.  $f_1(x), f_2(y)$  – безусловные плотности  $X$  и  $Y$ ,  $f(x, y)$  – плотность совместного распределения. Укажите ошибочное утверждение:

$$A) f_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx;$$

$$B) f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx, f_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy;$$

$$C) f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy;$$

10.  $F_1(x), F_2(y)$  – безусловные функции распределения  $X$  и  $Y$ .  $f(x, y)$  – плотность совместного распределения  $(X, Y)$ . Как выражаются  $F_1(x)$  и  $F_2(y)$  через  $f(x, y)$ ?

$$A) F_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy, F_2(y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy.$$

$$B) F_1(x) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy dx, F_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^y f(x, y) dy dx;$$

$$C) F_1(x) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy, F_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy;$$

11.  $f_1(x), f_2(y)$  – безусловные плотности  $X$  и  $Y$ ,  $f(x, y)$  – плотность совместного распределения. Укажите верные утверждения.

$$A) f_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx;$$

$$\text{B)} f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx, f_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy;$$

$$\text{C)} f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy;$$

12.  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Укажите верные утверждения, если  $F_1(x), F_2(y)$  – распределения  $X$  и  $Y$  в отдельности:

$$\text{A)} F(x, -\infty) = 0, F(-\infty, y) = 0;$$

$$\text{B)} F(x, \infty) = F_1(x), F(\infty, y) = F_2(y);$$

$$\text{C)} F(x, \infty) = 1, F(\infty, y) = 1;$$

$$\text{D)} F(\infty, \infty) = 1, F(-\infty, -\infty) = 0;$$

13.  $f(x, y)$  – плотность распределения, а  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Какова вероятность того, что  $X > a$  и  $Y > b$ ?

$$\text{A)} P((X > a) \text{ и } (Y > b)) = 1 + F(a, b) - F(\infty, b) - F(a, \infty);$$

$$\text{B)} P((X > a) \text{ и } (Y > b)) = 1 - F(a, b);$$

$$\text{C)} P((X > a) \text{ и } (Y > b)) = \int_b^{\infty} \int_a^{\infty} f(x, y) dx dy;$$

14.  $f(x, y)$  – плотность распределения, а  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Какова вероятность того, что  $X > a$ ?

$$\text{A)} P(X > a) = 1 - F(a, \infty);$$

$$\text{B)} P(X > a) = \int_a^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy;$$

$$\text{C)} P(X > a) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_a^{\infty} f(x, y) dx dy;$$

15.  $f(x, y)$  – плотность распределения, а  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Какова вероятность того, что  $Y > b$ ?

$$\text{A)} P(Y > b) = 1 - F(\infty, b);$$

$$\text{B)} P(Y > b) = 1 - F(b, \infty);$$

$$\text{C)} P(Y > b) = \int_b^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy;$$

16.  $f(x, y)$  – плотность распределения, а  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Какова вероятность того, что  $Y < b$ ?

$$\text{A)} P(Y < b) = \int_{-\infty}^b \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy;$$

$$\text{B)} P(Y < b) = F(\infty, b);$$

$$\text{C)} P(Y < b) = \int_b^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy;$$

17.  $f(x, y)$  – плотность распределения, а  $F(x, y)$  – функция распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Какова вероятность того, что  $x < a$ ?

$$\text{A)} P(X < a) = F(a, \infty); \quad \text{B)} P(X < a) = \int_{-\infty}^a \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy; \quad \text{C)} P(X < a) = \int_{-\infty}^a \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy;$$



### РАЗДЕЛ 15 – Зависимые и независимые случайные величины

1. Если  $X$  и  $Y$  – независимые случайные величины с функциями распределения  $F_1(x)$  и  $F_2(y)$ , то как выражается функция совместного распределения?

А)  $F(x, y) = F_1(x) \cdot F_2(y)$ ;

В)  $F(x, y) = \frac{F_1(x) + F_2(y)}{F_1(x) \cdot F_2(y)}$ .

С)  $F(x, y) = F_1(x) + F_2(y)$ ;

2.  $X$  и  $Y$  – зависимые случайные величины,  $F_1(x)$ ,  $F_2(y)$  – безусловные функции распределения,  $F_1(x|y)$ ,  $F_2(y|x)$  – условные функции распределения,  $F(x, y)$  – функция совместного распределения. Какое выражение ошибочно?

А)  $F(x, y) = F_2(y) \cdot F(x|y)$ ;

В)  $F(x, y) = F(x|y) \cdot F(y|x)$ .

С)  $F(x, y) = F_1(x) \cdot F(y|x)$ ;

3. Как выражаются начальные моменты порядка  $(m, n)$  совместного распределения случайных величин  $(X, Y)$ ?

А)  $\overline{x^m \cdot y^n} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)(x - \bar{X})^m (y - \bar{Y})^n dx dy$ .

В)  $\overline{x^m \cdot y^n} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)x^m y^n dx dy$ ;

С)  $\overline{x^m \cdot y^n} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)x^n y^m dx dy$ ;

4. Как выражаются центральные моменты порядка  $(m, n)$  совместного распределения случайных величин  $(X, Y)$ ?

А)  $\overline{\dot{x}^m \cdot \dot{y}^n} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)(x - \bar{X})^m (y - \bar{Y})^n dx dy$ ;

В)  $\overline{\dot{x}^m \cdot \dot{y}^n} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)x^m y^n dx dy$ ;

С)  $\overline{\dot{x}^m \cdot \dot{y}^n} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)(x - \bar{X})^n (y - \bar{Y})^m dx dy$ ;

5. Что такое корреляционный момент системы случайных величин  $(X, Y)$ ?

А)  $K_{x,y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)xy dx dy$

В)  $K_{x,y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)(x - \bar{X})(y - \bar{Y}) dx dy$ ;

С)  $K_{x,y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y)(x - \bar{X})(y - \bar{Y}) dx dy$ ;

6. Правильно ли выражение:  $K_{x,y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)xy dx dy - \bar{X} \cdot \bar{Y}$ ?

А) да; В) нет; С) Не всегда;

7. Как выражается условная плотность распределения  $f(x|y)$  через совместную плотность  $f(x, y)$  и безусловные плотности  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ ?

А)  $f(x|y) = f(x, y)/f_1(x)$ ; В)  $f(x|y) = \int_0^y f(x, y)dx$ ; С)  $f(x|y) = f(x, y)/f_2(y)$ ;

8. Как выражается функция регрессии  $X$  на  $Y$ ?

А)  $\bar{X}_y = \int_{-\infty}^{\infty} f(x|y)y dy$ ; В)  $\bar{X}_y = \int_{-\infty}^{\infty} f(y|x)x dx$ ; С)  $\bar{X}_y = \int_{-\infty}^{\infty} f(x|y)x dx$ ;

9. Как выражается функция регрессии  $Y$  на  $X$ ?

A)  $\bar{Y}_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(y|x)x dx$ ;    B)  $\bar{Y}_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(y|x)y dy$ ;    C)  $\bar{Y}_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x|y)y dy$ ;

10.  $f(x,y)$  – плотность двумерной случайной величины  $(X,Y)$ ,  $D_x$  и  $D_y$  – безусловные дисперсии  $X$  и  $Y$ ,  $m_x$  и  $m_y$  – безусловные математические ожидания  $X$  и  $Y$ ,  $K_{x,y}$  – корреляционный момент. Укажите ошибочное утверждение:

A)  $m_y = \bar{Y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)y dx dy$ ;

B)  $D_k = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)(x - \bar{X})^2 dx dy$ ;

C)  $K_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)(x - \bar{X})(y - \bar{Y}) dx dy$ ;

D)  $m_x = \bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x|y)x dx dy$ ;

11.  $X$  и  $Y$  – зависимые случайные величины,  $F_1(x)$ ,  $F_2(y)$  – безусловные функции распределения,  $F(x|y)$ ,  $F(y|x)$  – условные функции распределения,  $F(x,y)$  – функция совместного распределения. Какие выражения верны?

A)  $F(x,y) = F_2(y) \cdot F(x|y)$ ;

B)  $F(x,y) = F(x|y) \cdot F(y|x)$ ;

C)  $F(x,y) = F_1(x) \cdot F(y|x)$ ;

12. Как выражается условная плотность распределения  $f(y|x)$  через совместную плотность  $f(x,y)$  и безусловные плотности  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ ?

A)  $f(y|x) = f(x,y)/f_1(x)$ ;    B)  $f(y|x) = \int_0^y f(x,y) dx$ ;    C)  $f(y|x) = f(x,y)/f_2(y)$ ;

13.  $f(x,y)$  – плотность двумерной случайной величины  $(X,Y)$ ,  $D_x$  и  $D_y$  – безусловные дисперсии  $X$  и  $Y$ ,  $m_x$  и  $m_y$  – безусловные математические ожидания  $X$  и  $Y$ ,  $K_{x,y}$  – корреляционный момент. Укажите верные утверждения.

A)  $m_y = \bar{Y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)y dx dy$ ;

B)  $D_k = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)(x - \bar{X})^2 dx dy$ ;

C)  $K_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)(x - \bar{X})(y - \bar{Y}) dx dy$ .

D)  $m_x = \bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x|y)x dx dy$ ;

14.  $f(x,y)$  – плотность двумерной случайной величины  $(X,Y)$ . Как определяется  $D_X$  – безусловная дисперсия  $X$ , если  $m_X$  – безусловное математическое ожидание  $X$ ?

A)  $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)x^2 dx dy - m_x^2$ ;    B)  $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)(x - m_x)^2 dx dy$ ;

15.  $f(x,y)$  – плотность двумерной случайной величины  $(X,Y)$ . Как определяется  $D_Y$  – безусловная дисперсия  $Y$ , если  $m_Y$  – безусловное математическое ожидание  $Y$ ?

A)  $D_Y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)y^2 dx dy - m_Y^2$ ;    B)  $D_Y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)(y - m_Y)^2 dx dy$ ;

16.  $f(x,y)$  – плотность двумерной случайной величины  $(X,Y)$ . Как определяется Корреляционный момент  $K_{XY}$ , если  $m_Y, m_X$  – безусловные математические ожидания  $Y$  и  $X$ ?

А)  $K_{XY} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)xy dx dy - m_X m_Y$ ;

В)  $K_{XY} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)(x - m_X)(y - m_Y) dx dy$ ;

### РАЗДЕЛ 16 - Корреляция

1. Как выражается коэффициент корреляции через корреляционный момент и безусловные квадратичные отклонения  $\sigma_x, \sigma_y$ ?

А)  $r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$ ; В)  $r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2}$ ; С)  $r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x + \sigma_y}$ ; D)  $r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ ;

2. В каких пределах может изменяться коэффициент корреляции  $r_{xy}$ ?

А)  $0 \leq r_{xy} \leq 1$ ; В)  $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ ; С)  $-\infty \leq r_{xy} \leq \infty$ ; D)  $0 \leq r_{xy} \leq \infty$ ;

3. Что значит, если  $r_{xy} = 1$ ?

А)  $X$  и  $Y$  связаны функционально;

**В)  $X$  и  $Y$  связаны линейно, то есть  $Y = aX + c$  и  $a > 0$ ;**

С)  $X$  и  $Y$  независимы;

4. Если коэффициент корреляции между  $X$  и  $Y$   $r_{xy} = 0$ , значит ли это, что  $X$  и  $Y$  независимы?

А) нет; В) да; **С) не обязательно;**

5. Для независимости  $X$  и  $Y$  достаточно ли или необходимо, чтобы коэффициент корреляции  $r_{xy} = 0$ ?

А) необходимо и достаточно; **В) необходимо, но не достаточно;** С) достаточно;

6. Когда равенство нулю коэффициента корреляции достаточно для независимости  $X$  и  $Y$ ?

**А) Если  $X$  и  $Y$  связаны линейно;**

В) Если  $X$  и  $Y$  связаны функционально;

С) Если  $Y = 1/X$ ;

7. Плотность двумерного нормального распределения имеет вид:

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r_{xy}^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-r_{xy}^2)}\left(\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r_{xy}(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right)\right]$$

Сколько параметров имеет это распределение?

А) 3; В) 4; **С) 5;** D) 2;

8.  $(X,Y)$  – двумерная, нормально распределенная случайная величина с параметрами  $m_x, m_y, \sigma_x, \sigma_y, r_{xy}$ . Как выражается функция регрессии  $Y$  на  $X$ ?

А)  $\bar{Y}_x = m_{y/x} = m_y + r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - m_y)$ ;

**В)  $\bar{Y}_x = m_{y/x} = m_y + r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x)$ ;**

С)  $\bar{Y}_x = m_{y/x} = m_x + r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x)$ ;

9. Что значит, если  $r_{xy} = -1$ ?

А)  $X$  и  $Y$  связаны функционально;

**В) X и Y связаны линейно, то есть  $Y = -aX + c$  и  $a > 0$ ;**

С) X и Y независимы;

10. Случайные величины X и Y независимы. Чему равен коэффициент корреляции?

А)  $r_{XY} = -1$ ; **В)  $r_{XY} = 0$** ; С)  $r_{XY} = 1$ ;

11. Случайные величины X и Y зависимы. Функция регрессии  $y(x) = ax + b$ . Как определяется коэффициент a, если известны  $\sigma_x, \sigma_y, r_{XY}$ ?

А)  $a = r_{XY} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$ ; **В)  $a = r_{XY} \cdot \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$** ; С)  $a = r_{XY} \cdot \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2}$ ;

12. Случайные величины X и Y зависимы. Функция регрессии Y на X линейна. Как определяется условное квадратичное отклонение  $\sigma_{y/x}$ , если известны  $\sigma_x, \sigma_y, r_{XY}$ ?

А)  $\sigma_{y/x} = \sigma_x \sqrt{1 - r_{XY}^2}$ ; **В)  $\sigma_{y/x} = \sigma_y \sqrt{1 - r_{XY}^2}$** ; С)  $\sigma_{y/x} = \sigma_y \sqrt{1 - r_{XY}^2}$ ;

13. Случайные величины X и Y зависимы. Функция регрессии X на Y линейна. Как определяется условное квадратичное отклонение  $\sigma_{x/y}$ , если известны  $\sigma_x, \sigma_y, r_{XY}$ ?

А)  $\sigma_{x/y} = \sigma_x \sqrt{1 - r_{XY}^2}$ ; **В)  $\sigma_{x/y} = \sigma_y \sqrt{1 - r_{XY}^2}$** ; С)  $\sigma_{x/y} = \sigma_y \sqrt{1 - r_{XY}^2}$ ;

14. Случайные величины X и Y зависимы. Функция регрессии X на Y и Y на X линейны. Совпадают ли эти функции?

А) Нет; **В) Да;** **С) Не обязательно;**

15. Что означает коэффициент корреляции  $r_{XY}$  между случайными величинами X и Y?

А) Тангенс угла наклона функции регрессии.

**В) Степень тесноты линейной зависимости между X и Y;**

С)  $r_{XY} = K_{XY}$ ;

16. Какую размерность имеет коэффициент корреляции  $r_{XY}$  между случайными величинами X и Y?

А) Размерность величины Y;

В) Размерность величины  $X \cdot Y$ ;

**С) Безразмерен.**

Д) Размерность величины X;

17. Чему может быть равен коэффициент корреляции, если  $Y = aX + b$  и  $a \neq 0$ ?

**А) -1;** В) 0; **С) 1;**

#### **РАЗДЕЛ 17 \_ Числовые характеристики функций от случайных величин**

1. X и Y связаны функцией  $Y = \varphi(X)$ , X имеет плотность  $f(x)$ . Чему равно математическое ожидание Y?

А)  $\bar{y} = \varphi(\int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx)$ ; **В)  $\bar{y} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varphi(x)) dx$** ; **С)  $\bar{y} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)f(x) dx$** ;

2. Случайные величины X и Y связаны функцией  $Y = \varphi(x)$ , X имеет плотность  $f(x)$  и дисперсию  $D_x$ . Чему равна дисперсия Y?

А)  $D_y = \int_{-\infty}^{\infty} (\varphi(x) - \bar{Y}_x)^2 f(x) dx$ ,  $\bar{Y}_x = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)f(x) dx$ ;

**В)  $D_y = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(x)f(x) dx - \bar{Y}_x^2$** ,  $\bar{Y}_x = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)f(x) dx$ ;

С)  $D_y = D_x \cdot \varphi^2(\bar{x})$ ,  $\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx$ ;

3. Случайная величина  $Y = \varphi(X_1, X_2, \dots, X_n)$   $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  -  $n$ -мерная плотность системы случайных величин  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Чему равно математическое ожидание  $Y$ , если известны математические ожидания  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$ ?

А)  $\bar{Y} = \varphi(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ ;

В)  $\bar{Y} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)) dx_1 dx_2 \dots dx_n$ ;

С)  $\bar{Y} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$ ;

4. Между  $X$  и  $Y$  существует связь  $Y = cX$ ,  $c$  - неслучайный коэффициент. Чему равно математическое ожидание  $Y$  если  $X$  имеет математическое ожидание  $\bar{X}$ ?

А)  $\bar{Y} = c^2 \cdot \bar{X}$ ; В)  $\bar{Y} = \sqrt{c} \cdot \bar{X}$ ; С)  $\bar{Y} = c \cdot \bar{X}$ ;

5. Между  $X$  и  $Y$  существует связь  $Y = cX$ ,  $c$  - неслучайный коэффициент.. Чему равна дисперсия  $Y$ ?

А)  $D_y = cD_x$ ; В)  $D_y = c^2D_x$ ; С)  $D_y = \sqrt{c}D_x$ ; D)  $D_y = c^{-1}D_x$ ;

6.  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ . Чему равно математическое ожидание  $Y$ , если известны математические ожидания  $X_i$ ?

А)  $\bar{Y} = \bar{X}_1 + \dots + \bar{X}_n - n$ ; В)  $\bar{Y} = \frac{1}{n}(\bar{X}_1 + \dots + \bar{X}_n)$ ; С)  $\bar{Y} = \bar{X}_1 + \dots + \bar{X}_n$ ;

7.  $Z = X + Y$ ,  $X$  и  $Y$  независимые случайные величины. Чему равно математическое ожидание  $Z$ .

А)  $\bar{z} = \bar{x} + \bar{y}$ ; В)  $\bar{z} = \frac{1}{2}(\bar{x} + \bar{y})$ ; С)  $\bar{z} = \bar{x} + \bar{y} - K_{xy}$ ,  $K_{xy}$  - корреляционный момент

8.  $Z = X + Y$ ,  $X$  и  $Y$  независимые случайные величины. Чему равна дисперсия  $Z$ ?

А)  $D_z = D_x + D_y + 2K_{xy}$ ; В)  $D_z = D_x + D_y + K_{xy}$ ; С)  $D_z = D_x + D_y$ ;

9.  $Z = X + Y$ ,  $X$  и  $Y$  зависимые случайные величины.  $K_{xy}$  - корреляционный момент. Чему равна дисперсия  $Z$ ?

А)  $D_z = D_x + D_y + 2K_{xy}$ ; В)  $D_z = D_x + D_y + K_{xy}$ ; С)  $D_z = D_x + D_y$ ;

10. Между  $X$  и  $Y$  существует связь  $Y = cX + a$ .  $c, a$  - неслучайные величины. Чему равна дисперсия  $Y$ ?

А)  $D_y = c^2D_x$ ; В)  $D_y = \sqrt{c}D_x$ ; С)  $D_y = cD_x + a$ ; D)  $D_y = cD_x$ ;

11. Между  $X$  и  $Y$  существует связь  $Y = cX + a$ .  $c, a$  - неслучайные величины. Чему равно математическое ожидание  $Y$ ?

А)  $\bar{Y} = c\bar{X} + a$ ; В)  $\bar{Y} = \sqrt{c}\bar{X}$ ; С)  $\bar{Y} = \sqrt{c}\bar{X} + a$ ; D)  $\bar{Y} = c\bar{X}$ ;

12.  $Z = X + Y$ .  $X$  и  $Y$  - независимые нормально распределенные величины. Будет ли  $Z$  иметь нормальное распределение?

А) Да; В) Не обязательно; С) Нет;

13.  $Y = aX + c$ . Случайная величина  $X$  распределена нормально,  $a, c$  - неслучайные величины. Будет ли  $Y$  иметь нормальное распределение?

А) Да; В) Не обязательно; С) Нет;

14.  $Z = X \cdot Y$ .  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Будет ли нормально распределено  $Z$ ?

А) Да; В) Не обязательно; С) Нет;

15.  $Z = X \cdot Y$ .  $X$  и  $Y$  коррелированы, чему равно математическое ожидание  $Z$ ?

А)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y} + K_{XY}$ ; В)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y} + 2K_{XY}$ ; С)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$ ;

16.  $Z = X \cdot Y$ .  $X$  и  $Y$  не коррелированы, чему равна дисперсия  $Z$ ?

А)  $D_Z = D_X \cdot D_Y + \bar{X}^2 \cdot D_Y + \bar{Y}^2 \cdot D_X$ ; В)  $D_Z = D_X + D_Y$ ; С)  $D_Z = D_X \cdot D_Y$ ;

### РАЗДЕЛ 18 \_ Распределение функций случайных аргументов

1. Между  $X$  и  $Y$  существует монотонная связь  $Y = \varphi(X)$ ,  $X = \psi(Y)$ . Определить плотность распределения  $Y$   $f_2(y)$ , если  $X$  имеет плотность  $f_1(x)$ .

А)  $f_2(y) = f_1(\varphi(y)) |\varphi'(y)|$ ; В)  $f_2(y) = f_1(\psi(y)) |\psi'(y)|$ ; С)  $f_2(y) = f_1(\varphi(x)) |\varphi'(x)|$ ;

2.  $Z = X + Y$ ,  $X$  имеет плотность  $f_1(x)$ , а  $Y - f_2(y)$ . Какое выражение для плотности распределения  $Z$  ошибочно?

А)  $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z) f_2(y) dy$ ;

В)  $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(z - x) dx$ ;

С)  $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z - y) f_2(y) dy$ ;

3.  $Z = X + Y$ ,  $X$  имеет плотность  $f_1(x) = \frac{1}{a}$  при  $0 \leq x \leq a$ , а  $Y - f_2(y) = \frac{1}{b}$  при  $0 \leq y \leq b$ , т.

е.  $X$  и  $Y$  распределены равномерно. Какое распределение будет иметь  $Z$ , если  $a = b$ ?

А)  $Z$  имеет равномерную плотность;

В)  $Z$  имеет трапециодальную плотность.

С)  $Z$  имеет плотность распределение Симпсона (треугольную);

4.  $Z = X + Y$ ,  $X$  имеет плотность  $f_1(x) = \frac{1}{a}$  при  $0 \leq x \leq a$ , а  $Y - f_2(y) = \frac{1}{b}$  при  $0 \leq y \leq b$ , т.

е.  $X$  и  $Y$  распределены равномерно. Какое распределение будет иметь  $Z$ , если  $a \neq b$ ?

А)  $Z$  имеет равномерную плотность;

В)  $Z$  имеет трапециодальную плотность.

С)  $Z$  имеет плотность распределение Симпсона (треугольную);

5.  $Z = X + Y$ ,  $X$  и  $Y$  независимы и имеют нормальное распределение. Будет ли  $Z$  иметь нормальное распределение?

А) да; В) Не обязательно; А) нет;

6.  $Y = aX + c$ . Случайная величина  $X$  распределена нормально со средним  $\bar{X}$  и дисперсией  $D_x$ . Укажите ошибочное утверждение.

А)  $Y$  распределено нормально с дисперсией  $D_y = a^2 D_x$ ;

В)  $Y$  распределено нормально с дисперсией  $D_y = a D_x + c$ .

С)  $Y$  распределено нормально со средним  $\bar{Y} = a \bar{X} + c$ ;

7.  $Z = X \cdot Y$ .  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Будет ли нормально распределено  $Z$ ?

А) Да В) Не обязательно; С) Нет;

8.  $Z = X - Y$ .  $X$  и  $Y$  распределены нормально. Распределено ли нормально  $Z$ ?

А) Да; В) Не обязательно; С) Нет;

9.  $Y = aX + b$ ;  $a, b$  – константы,  $X$  и  $Y$  случайны. Правильна ли формула:  $\bar{Y} = a \bar{X} + b$ ?

А) Не правильна; В) Правильна не всегда; С) Правильна;

10.  $Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n$ ,  $a_i$  – константы,  $X_i$  – независимые случайные величины.

Чему равна дисперсия  $Y$ ?

A)  $D_y = \sum a_i^2 D_{x_i}$  B)  $D_y = \sum \sqrt{a_i} D_{x_i}$ ; C)  $D_y = \sum a_i D_{x_i}$ ;

11.  $Z = X \cdot Y$ . Чему равно математическое ожидание  $Z$ , если  $X$  и  $Y$  не коррелированы?

A)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y} + K_{xy}$ ,  $K_{xy}$  – корреляционный момент.

B)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y} + 2K_{xy}$ ,  $K_{xy}$  – корреляционный момент.

C)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$ ;

12.  $Z = X \cdot Y$ . Чему равно математическое ожидание  $Z$ , если  $X$  и  $Y$  коррелированы?

A)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y} + K_{xy}$ ,  $K_{xy}$  – корреляционный момент;

B)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y} + 2K_{xy}$ ,  $K_{xy}$  – корреляционный момент;

C)  $\bar{Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$ ;

13.  $Z = X \cdot Y$ . Чему равно математическое ожидание  $Z$ , если  $X$  и  $Y$  независимы?

A)  $D_z = D_y \cdot D_x + \bar{x}^2 \cdot D_y + \bar{y}^2 \cdot D_x$ . B)  $D_z = D_y \cdot D_x + D_y + D_x$ ; C)  $D_z = D_y \cdot D_x$ ;

14.  $Z = X + Y$ ,  $X$  имеет плотность  $f_1(x)$ , а  $Y - f_2(y)$ . Какие выражения для плотности распределения  $Z$  верны?

A)  $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z) f_2(y) dy$ ;

B)  $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(z - x) dx$ ;

C)  $f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z - y) f_2(y) dy$ ;

15.  $Y = aX + c$ . Случайная величина  $X$  распределена нормально со средним  $\bar{X}$  и дисперсией  $D_x$ . Укажите верные утверждения.

A)  $Y$  распределено нормально с дисперсией  $D_y = a^2 D_x$ ;

B)  $Y$  распределено нормально с дисперсией  $D_y = a D_x + c$ .

C)  $Y$  распределено нормально со средним  $\bar{Y} = a \bar{X} + c$ ;

16.  $Z = X - Y$ .  $X$  и  $Y$  распределены независимо. Чему равна дисперсия  $Z$ ?

A)  $D_Z = D_X + D_Y$ ; B)  $D_Z = D_Y - D_X$ ; C)  $D_Z = D_X - D_Y$ ;

17.  $Z = X - Y$ .  $X$  и  $Y$  распределены независимо. Чему равна дисперсия  $Z$ ? Укажите ошибочное утверждение.

A)  $D_Z = D_X + D_Y$ ; B)  $D_Z = D_Y - D_X$ ; C)  $D_Z = D_X - D_Y$ ;

### РАЗДЕЛ 19 \_ Предельные теоремы

1. В чём состоит существо закона больших чисел? Укажите ошибочное утверждение.

A) При большом числе случайных явлений, средний их результат перестаёт быть случайным;

B) Закон больших чисел состоит в том, что сумма большого числа случайных величин стремится к определённому пределу.

C) Закон больших чисел состоит в устойчивости средних значений для массовых явлений;

2. Случайная величина  $X$  имеет математическое ожидание  $m_x$  и дисперсию  $D_x$ . Какое соотношение называется неравенством Чебышева?

A)  $P(|X - m_x| \geq \alpha) \leq \frac{D_x}{\alpha^2}$ ; B)  $P(|X - m_x| \geq \alpha) \leq \frac{D_x}{m_x^2}$ ; C)  $P(|X - m_x| \geq \alpha) \leq \frac{D_x}{\alpha}$ ;

3. Можно ли неравенство Чебышева использовать для оценки вероятности  $P(|x - m_x| > 3\sigma_x)$ ? Что ошибочно?

- А) Можно, но оценка слишком грубая; В) Нельзя; С) Можно;**
4. Случайная величина  $X$  распределена нормально. Какую оценку даёт неравенство Чебышева для вероятности  $P(|x - m_x| > 3\sigma_x)$ ?
- А) 0.003; В) 0.03; **С)  $\frac{1}{9}$ ;**
5.  $X_1, X_2, \dots, X_N$  - реализации случайной величины  $X$ . Будет ли случайной величиной статистическое среднее  $\bar{X}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$  ?
- А) Нет; В) Не обязательно; **С) Да;**
6. Статистическое среднее выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  равно  $\bar{X}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n X_i$ . Чему равно математическое ожидание статистической средней, если математическое ожидание  $X$  равно  $\bar{X}$ .
- А) Математическое ожидание  $\bar{X}^*$  равно  $\frac{1}{N} \bar{X}$ ;
- В) Математическое ожидание  $\bar{X}^*$  равно  $\frac{1}{\sqrt{N}} \bar{X}$ ;
- С) Математическое ожидание  $\bar{X}^*$  равно  $\bar{X}$ ;**
7. Чему равна дисперсия статистически среднего выборки  $\bar{X}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ , если  $X$  имеет дисперсию  $D_X$  ?
- А) Дисперсия статистического среднего  $\bar{X}^*$  равна  $\frac{D_X}{n}$ ;
- В) Дисперсия статистического среднего  $\bar{X}^*$  равна  $\frac{D_X}{\sqrt{n}}$ ;
- С) Дисперсия статистического среднего  $\bar{X}^*$  равна  $\frac{D_X}{n^2}$ ;
8. К чему стремится дисперсия статистического среднего  $\bar{X}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  при  $n \rightarrow \infty$  ?
- А) **К нулю;** В) К дисперсии случайной величины  $X$   $D_X$ ; С) К единице;
9. К какому распределению стремится сумма независимых случайных величин  $Y = \sum_{i=1}^n X_i$  при  $n \rightarrow \infty$  ?
- А) К нормальному распределению;**
- В) К конечной величине, равной математическому ожиданию;
- С) К равномерному распределению;
10. Назовите ошибочное утверждение.
- А) При достаточно большом числе независимых опытов, среднее арифметическое наблюдаемых значений случайной величины стремится к математическому ожиданию;
- В) При достаточно большом числе независимых опытов, среднее арифметическое наблюдаемых значений случайной величины стремится к единице;**
- С) При достаточно большом числе независимых опытов дисперсия среднего арифметического наблюдаемых значений случайной величины стремится к 0;
11. В чём состоит существо закона больших чисел? Укажите верные утверждения.



**А) При большом числе случайных явлений, средний их результат перестаёт быть случайным;**

В) Закон больших чисел состоит в том, что сумма большого числа случайных величин стремится к определённому пределу.

**С) Закон больших чисел состоит в устойчивости средних значений для массовых явлений;**

12. Можно ли неравенство Чебышева использовать для оценки вероятности  $P(|x - m_x| > 3\sigma_x)$ ? Что верно?

**А) Можно, но оценка слишком грубая; В) Нельзя; С) Можно;**

13. Назовите верные утверждения.

**А) При достаточно большом числе независимых опытов, среднее арифметическое наблюдаемых значений случайной величины стремится к математическому ожиданию;**

В) При достаточно большом числе независимых опытов, среднее арифметическое наблюдаемых значений случайной величины стремится к единице;

**С) При достаточно большом числе независимых опытов, дисперсия среднего арифметического наблюдаемых значений случайной величины стремится к 0;**

14. При каких условиях сумма независимых случайных величин стремится к нормальному распределению?

**А) Если слагаемые имеют различные распределения, но дисперсии у них ограничены;**

В) Если слагаемые одинаково распределены;

**С) Если слагаемые одинаково распределены с конечной дисперсией;**

15. Будет ли иметь нормальное распределение сумма нормально распределённых величин?

**А) да; В) не обязательно; С) нет;**

16. Будет ли иметь нормальное распределение произведение нормально распределённых величин?

**А) да; В) не обязательно; С) нет;**

## **РАЗДЕЛ 20**

1. По какой формуле определяется статистическое среднее, если  $T_1, \dots, T_N$  - реализации случайной величины  $T$ ?

**А)  $\bar{T}^* = \frac{1}{N} (T_1^2 + \dots + T_N^2)$ ; В)  $\bar{T}^* = \frac{1}{N} (|T_1| + \dots + |T_N|)$ ;**

**С)  $\bar{T}^* = \frac{1}{N} (T_1 + \dots + T_N) - (\bar{X}^*)^2$ ;**

2. По какой формуле определяется статистическая дисперсия, если  $T_1, \dots, T_N$  - реализации случайной величины  $T$ ?

**А)  $D_T^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T}^*)^2$ ; В)  $D_T^* = \frac{1}{N} [\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T}^*)]^2$ ; С)  $D_T^* = \frac{1}{N} (T_1^2 + \dots + T_N^2)$ ;**

3. Что называется вариационным рядом?

**А) В вариационном ряду реализации случайной величины располагаются в возрастающем порядке;**

В) В вариационном ряду реализации случайной величины располагаются в порядке их получения из опыта;

С) В вариационном ряду реализации случайной величины располагаются в убывающем порядке;

4.  $T^{(1)}, \dots, T^{(N)}$  - вариационный ряд реализаций случайной величины  $T$ . Как определяется статистическая медиана?

$$A) \mu_e^* = \frac{T^{(N)} - T^{(1)}}{2};$$

$$B) \mu_e^* = T^{(n)}, \text{ где } n = \text{int}(N/2) + 1;$$

$$C) \mu_e^* = T^{(0.5(N+1))}, \text{ если } N \text{ нечетно; } \mu_e^* = \frac{1}{2}(T^{(N/2)} + T^{(N/2+1)}), \text{ если } N \text{ четно;}$$

$$D) \mu_e^* = \frac{T^{(1)} + T^{(N)}}{2};$$

5. Как определяется статистическая вероятность того, что  $a < X \leq b$ , если  $X_1, \dots, X_N$  – реализации случайной величины  $X$ , а  $F^*(x)$  – статистическая функция распределения? Укажите ошибочное утверждение.

$$A) P^*(a < X \leq b) = F^*(b) - F^*(a);$$

$$B) P^*(a < X \leq b) = F^*(b) + F^*(a).$$

$$C) P^*(a < X \leq b) = n/N, \text{ где } n \text{ число реализаций в интервале } a..b;$$

$$D) P^*(a < X \leq b) = F^*(a) - F^*(b);$$

6.  $X_1, \dots, X_N$  – реализации случайной величины  $X$ . Что такое статистическая функция распределения  $F^*(x)$ , если  $n$  число реализаций  $X_i < x$ ?

$$A) F^*(x) = 1 - \frac{n}{N}; \quad B) F^*(x) = \frac{n}{N} - 1; \quad C) F^*(x) = \frac{n}{N};$$

7. Что такое простой статистический ряд?

A) Это реализации случайной величины, расположенные в порядке их получения;

B) Это реализации случайной величины, расположенные в убывающем порядке.

A) Это реализации случайной величины, расположенные в возрастающем порядке;

8.  $X^{(1)}, \dots, X^{(N)}$  – вариационный ряд реализаций случайной величины  $X$ . Как определяется размах реализаций?

$$A) R = X^{(N)} / X^{(1)}; \quad B) R = \frac{X^{(N)} + X^{(1)}}{2}; \quad C) R = X^{(N)} - X^{(1)};$$

9.  $X_1, \dots, X_N$  – реализации случайной величины  $X$ . Как определяется статистическая дисперсия? Укажите ошибочное утверждение.

$$A) D_x^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - \bar{X}^2; \quad B) D_x^* = \frac{1}{N} \left[ \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}) \right]^2; \quad C) D_x^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2;$$

10. Что такое сгруппированный вариационный ряд?

A) Это ряд, когда реализации сгруппированы по интервалам;

B) Это реализации сгруппированные в порядке их получения в несколько групп;

C) Это ряд, в котором одинаковые реализации присутствуют один раз;

11.  $\hat{X}_1, \dots, \hat{X}_N$  – середины интервалов гистограммы,  $P_1^*, \dots, P_n^*$  – частоты (статистические вероятности) попадания в соответствующие интервалы. Как определяется статистическое среднее?

$$A) \bar{X}^* = \frac{\hat{X}_1 + \dots + \hat{X}_n}{P_1^* + \dots + P_n^*}; \quad B) \bar{X}^* = \frac{\hat{X}_1}{P_1^*} + \dots + \frac{\hat{X}_n}{P_n^*}; \quad C) \bar{X}^* = P_1^* \cdot \hat{X}_1 + \dots + P_n^* \cdot \hat{X}_n;$$

12.  $N_1, \dots, N_n$  - числа реализаций случайной величины  $X$ , попавших в соответствующие интервалы,  $N = \sum_{i=1}^n N_i$ ,  $x_0, \dots, x_n$  - границы интервалов. Как определяется статистическая плотность в  $i$ -ом интервале?

А)  $f_i^*(x) = \frac{N_i / N}{x_i - x_{i-1}}$ ; В)  $f_i^*(x) = \frac{N_i}{N}$ ; С)  $f_i^*(x) = \frac{N_i}{x_i - x_{i-1}}$ ;

13. Что такое гистограмма, если  $N_i$  - числа реализаций по группам,  $x_0, \dots, x_n$  - границы интервалов? Укажите ошибочное утверждение.

А) Это ступенчатый график функции  $f_i^*(x) = \frac{N_i / N}{x_i - x_{i-1}}$ ;

**В) Это статистический аналог функции распределения  $F(x)$ ;**

С) Это статистический аналог плотности распределения  $f(x)$ ;

14. Как выглядит график статистической функции распределения, построенный по сгруппированным данным?

**А) Это непрерывная ломаная неубывающая функция, изменяющаяся от 0 до 1;**

В) Это ступенчатая убывающая функция, изменяющаяся от 1 до 0;

С) Это ступенчатая неубывающая функция, изменяющаяся от 0 до 1;

15.  $X_1, \dots, X_N$  - реализации случайной величины  $X$ . Как определяется статистический начальный момент порядка  $m$ ?

А)  $\overline{X^m} = \frac{1}{N} \sum_i (X_i - \bar{X})^m$ ; В)  $\overline{X^m} = \frac{1}{N} (\sum_i X_i)^m$ ; С)  $\overline{X^m} = \frac{1}{N} \sum_i X_i^m$ ;

16.  $X_1, \dots, X_N$  - реализации случайной величины  $X$ . Как определяется статистический центральный момент порядка  $m$ ?

А)  $\dot{X}^m = \frac{1}{N} \sum_i (X_i - \bar{X})^m$ ; В)  $\dot{X}^m = \frac{1}{N} [\sum_i (X_i - \bar{X})]^m$ ; С)  $\dot{X}^m = \frac{1}{N} \sum_i X_i^m$ ;

17.  $X_1, \dots, X_N$  - реализации случайной величины  $X$ . Как определяется статистический центральный момент порядка  $m$ ? Укажите ошибочные утверждения.

А)  $\dot{X}^m = \frac{1}{N} \sum_i (X_i - \bar{X})^m$ ; В)  $\dot{X}^m = \frac{1}{N} [\sum_i (X_i - \bar{X})]^m$ ; С)  $\dot{X}^m = \frac{1}{N} \sum_i X_i^m$ ;

## РАЗДЕЛ 21

1. Какие вы знаете методы оценки параметров распределений? Укажите ошибочное утверждение.

**А) Метод исключения;** В) Метод наибольшего правдоподобия; С) Метод моментов; Д) Метод квантилей;

2. В чем заключается метод моментов при оценке параметров распределений?

А) В приравнении параметров распределения к соответствующим статистическим моментам;

В) В приравнении начальных и центральных моментов;

**С) В приравнении статистических и теоретических моментов;**

3. Если распределение имеет один параметр, то при оценке его по методу моментов какие моменты надо приравнять?

**А) Первые начальные моменты (теоретический и статистический);**

**В) Надо приравнять математическое ожидание к статистическому среднему;**

С) Первые центральные моменты (теоретический и статистический);

4. Распределение имеет два параметра. Какие моменты надо приравнять при оценке параметров по методу моментов? Укажите ошибочное утверждение.

А) Надо приравнять теоретические и статистические математические ожидания и дисперсии;

**В) Надо приравнять теоретические и статистические асимметрию и эксцесс;**

С) Надо приравнять первые и вторые начальные моменты теоретического и статистического распределений;

5. Можно ли применять метод моментов для оценки параметров распределения Коши, моменты которого бесконечны?

А) Можно; **С) Нельзя;**

6. Можно ли применять метод наибольшего правдоподобия для оценки параметров распределения Коши, моменты которого бесконечны?

**А) Можно;** В) Нельзя;

7. Кто разработал метод наибольшего правдоподобия?

А) Пирсон; В) Парето; **С) Фишер;**

8. Какими свойствами обладает метод наибольшего правдоподобия? Укажите ошибочное утверждение.

**А) Он приводит к несмещенным оценкам;**

В) Он наилучшим образом использует информацию о неизвестных параметрах содержащуюся в выборке;

С) Он приводит к состоятельным оценкам;

9.  $T_1, \dots, T_N$  - реализации случайной величины  $T$ , распределенной по показательному

закону с плотностью  $f(t) = \frac{1}{a} \exp(-\frac{t}{a}), t \geq 0$ . Какая формула верна для оценки параметра  $a$ ?

А)  $\hat{a} = (\frac{1}{N} \sum_i T_i)^{-1}$ ; В)  $\hat{a} = (\frac{1}{N} \sum_i 1/T_i)^{-1}$ ; **С)  $\hat{a} = \frac{1}{N} \sum_i T_i$ ;**

10.  $X_1, \dots, X_N$  - реализации нормально распределенной случайной величины  $X$  с

плотностью  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}]$ . Какие формулы верны для оценки параметров  $a, \sigma$ ?

А)  $\hat{a} = \sum_{i=0}^N X_i, \hat{\sigma} = \sqrt{\sum_i X_i^2 - \hat{a}^2}$ ;

**В)  $\hat{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N X_i, \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i X_i^2 - \hat{a}^2}$ .**

С)  $\hat{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N X_i^{-1}, \hat{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - \hat{a}^2$ ;

11.  $T_1, \dots, T_N$  - реализации случайной величины  $T$ , распределенной по логарифмически

нормальному закону с плотностью  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta t} \exp[-\frac{(\ln t - \ln a)^2}{2\delta^2}], t \geq 0$ .

Математическое ожидание  $\bar{T} = a \exp(\delta^2)$ , коэффициент вариации  $\nu = \sqrt{\exp(\delta^2) - 1}$ .

$\bar{T}^*, T^{2*}$  - первый и второй начальные статистические моменты. Какие уравнения верны для оценки параметров  $a, \delta$ ?

$$\text{A) } \exp(\delta^2) = \frac{\overline{T^{2*}}}{(\overline{T^*})^2}, a = \overline{T^*} \cdot \exp(-\delta^2);$$

$$\text{B) } \exp(\delta^2) - 1 = \frac{\overline{T^{2*}} - (\overline{T^*})^2}{(\overline{T^*})^2}, a \exp(\delta^2) = \overline{T^*};$$

12. Случайная величина  $X$  имеет плотность  $f_{a,b}(x)$  с параметрами  $a, b$ .  $X_1, \dots, X_N$  - реализации  $X$ .  $\overline{X} = \varphi(a, b)$ ,  $\overline{X^2} = \psi(a, b)$  - первый и второй начальные моменты в зависимости от параметров распределения  $a, b$ ; по каким уравнениям можно оценить параметры  $a, b$ ?

$$\text{A) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i\right)^2;$$

$$\text{B) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(X_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_j\right)^2;$$

$$\text{C) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2;$$

13. Случайная величина  $X$  имеет плотность  $f_{a,b}(x)$  с параметрами  $a, b$ .  $X_1, \dots, X_N$  - реализации  $X$ ; математическое ожидание  $\overline{X} = \varphi(a, b)$ , дисперсия  $D_x = \psi(a, b)$ . По каким уравнениям можно оценить параметры  $a, b$ ?

$$\text{A) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i\right)^2;$$

$$\text{B) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(X_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_j\right)^2;$$

$$\text{C) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2;$$

14. Математическое ожидание  $\overline{X} = \varphi(a, b)$ , квадратичное отклонение  $\sigma_x = \psi(a, b)$ . По каким уравнениям можно оценить параметры  $a, b$ ?

$$\text{A) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i\right)^2;$$

$$\text{B) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(X_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_j\right)^2;$$

$$\text{C) } \varphi(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \psi(a, b) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i\right)^2};$$

15. Случайная величина  $X$  имеет плотность  $f_{a,b}(x)$  с параметрами  $a, b$ .  $X_1, \dots, X_N$  - реализации  $X$ . Как выглядит функция правдоподобия?

$$\text{A) } L(a, b) = f_{a,b}(X_1) \cdot f_{a,b}(X_2) \cdot \dots \cdot f_{a,b}(X_N);$$

$$\text{B) } L(a, b) = \prod_{i=1}^N f_{a,b}(X_i);$$

$$C) L(a,b) = f_{a,b}(X_1) + f_{a,b}(X_2) + \dots + f_{a,b}(X_N);$$

16.  $T_1, \dots, T_N$  - реализации случайной величины  $T$ , распределенной по закону с

плотностью  $f_a(t)$ ,  $a$ - параметр,  $L(a) = \prod_{i=1}^N f_a(X_i)$  - функция правдоподобия. Какое

уравнение используется для оценки параметра  $a$ ? Укажите ошибочное утверждение.

A)  $\frac{dL(a)}{da} = 0$ ; B)  $\frac{d \ln L(a)}{da} = 0$ ; C)  $L(a) = 0$ ;

17. Случайная величина  $X$  имеет плотность  $f_{a,b}(x)$  с параметрами  $a, b$ .  $X_1, \dots, X_N$  - реализации  $X$ .  $L(a,b)$  - функция правдоподобия. Как получить уравнения для оценки параметров  $a, b$ ? Укажите ошибочное утверждение.

A)  $\frac{\partial \ln L(a,b)}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \ln L(a,b)}{\partial b} = 0$ ;

B)  $\frac{\partial \ln L(a,b)}{\partial \ln a} = 0, \quad \frac{\partial \ln L(a,b)}{\partial \ln b} = 0$ ;

C)  $\frac{\partial L(a,b)}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial L(a,b)}{\partial b} = 0$ ;

18. Можно ли метод наибольшего правдоподобия применять для оценки параметров, если моменты бесконечны?

A) Нельзя; B) Можно;

19. Можно ли метод моментов применять для оценки параметров, если моменты бесконечны?

A) Нельзя; B) Можно;

20. Как получить уравнения для оценки параметров распределения методом квантилей?

A) Путем приравнивания значений статистической и теоретической плотностей в различных точках по числу параметров распределения;

**B) Путем приравнивания статистических и теоретических квантилей по числу параметров распределения;**

## РАЗДЕЛ 22

1. Что такое ошибка I-го рода при проверке статистических гипотез?

A) Это вероятность принять гипотезу, если она ошибочна;

B) Это вероятность отвергнуть основную и альтернативную гипотезы;

**C) Это вероятность отвергнуть гипотезу, если она верна;**

2. Что такое ошибка II-го рода при проверке статистических гипотез?

**A) Это вероятность принять гипотезу, если она ошибочна.**

B) Это вероятность отвергнуть основную и альтернативную гипотезы;

C) Это вероятность отвергнуть гипотезу, если она верна;

3. Что такое уровень значимости при проверке статистических гипотез?

A) Это вероятность того, что критерий согласия не превысит допустимые границы, если гипотеза верна;

B) Это вероятность принять правильную гипотезу;

**C) Это вероятность того что критерий согласия превысит допустимые границы, если гипотеза верна (вероятность отклонения правильной гипотезы);**

4. Что такое критерий согласия при проверке статистических гипотез?

**A) Это мера отклонения опытного значения от предполагаемого по гипотезе.**

B) Это вероятность несогласия опыта с гипотезой;

C) Это вероятность согласия опыта с гипотезой;

5.  $P_1, \dots, P_n$  - теоретические вероятности а  $P_1^*, \dots, P_n^*$  - статистические вероятности попадания случайной величины  $X$  в соответствующие интервалы. Какая формула верна для критерия согласия Пирсона, если  $n$  – число интервалов, а  $N$  – размер выборки?

А)  $\chi^2 = N \sum_{i=1}^n \left( \frac{P_i^* - P_i}{P_i} \right)^2$ ; В)  $\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(N_i - NP_i)^2}{NP_i}$ ; С)  $\chi^2 = N \sum_{i=1}^n \frac{(P_i^* - P_i)^2}{P_i}$ ;

6. Какому закону распределения подчиняется критерий  $\chi^2$  Пирсона?

А) Логнормальному; В) Гамма; С) Нормальному;

7. Что такое “число степеней свободы” в критерии согласия Пирсона, если  $N$  – размер выборки,  $n$  - число интервалов группирования,  $k$  – число оцененных параметров предполагаемого распределения?

А) Число степеней свободы равно  $N-k-1$ ;

В) Число степеней свободы равно  $N-n-1$ ;

С) Число степеней свободы равно  $n-k-1$ ;

8. Как формулируется критерий согласия Колмогорова, если  $F(x), F^*(x)$  - предполагаемая теоретическая и статистическая функции распределения случайной величины  $X$ ?

А)  $U = \max | F(x) - F^*(x) |$ ;

В)  $U = \max | f^*(x) - f(x) |$ ;

С)  $U = \max [ F(x) - F^*(x) ]^2$ ;

9. Для случайной величины  $X$  с предполагаемой плотностью распределения  $f_{a,b}(x)$  по выборке  $N$  реализаций построена гистограмма с  $n$  интервалами. Каким следует брать число степеней свободы при обращении к таблице распределения  $\chi^2$ ?

А)  $n-3$ ; В)  $N-n$ ; С)  $n-1$ ;

10. Критерий  $\chi^2$  Пирсона имеет плотность гамма распределения

$f(x) = \frac{1}{\rho \Gamma(\alpha)} \left( \frac{x}{\rho} \right)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{x}{\rho}\right)$ , где  $\rho = 2$  а  $\alpha = \frac{n}{2}$ . Что означает параметр  $n$ ?

А) Число интервалов в гистограмме;

В) Размер выборки.

С) Это число степеней свободы;

### Раздет 23\_Случайные процессы

1. Какие утверждения верны.

А) Случайная функция – это неслучайная функция от случайных аргументов;

В) Случайная функция – это случайная величина, зависящая от неслучайного аргумента;

2. Что верно?

А) Случайный процесс – это случайная функция, неслучайным аргументом которой является время;

В) Случайный процесс – это случайная величина, зависящая от времени;

С) Случайный процесс – это неслучайная функция от случайной величины, имеющей размерность времени;

3. Какие случайные процессы бывают?

А) Случайные процессы с непрерывным вмешательством случая;

В) Случайные процессы с дискретным вмешательством случая;

4. Какие процессы относятся к классу процессов с непрерывным вмешательством случая?

А) Броуновское движение;

В) Процессы массового обслуживания, связанные образование очереди;

**С) Диффузия;**

Д) Процессы, связанные с отказами структурных единиц машин;

**Е) Ветровая нагрузка;**

5. Какие процессы относятся к классу процессов с дискретным вмешательством случая?

А) Броуновское движение;

**В) Процессы массового обслуживания, связанные образование очереди;**

С) Диффузия;

**Д) Процессы, связанные с отказами структурных единиц машин;**

Е) Ветровая нагрузка;

6. Что такое процесс восстановления?

**А) Это последовательность независимых случайных величин с одинаковым распределением, понимаемых как наработки до отказа некоторого объекта, отказы которого мгновенно устраняются;**

В) Это процесс устранения последствий отказа;

**С) Это последовательность событий таких, что интервал времени между соседними событиями является независимой случайной величиной с одинаковым распределением;**

7. Какой процесс восстановления называется простым?

А) Если начало отсчета времени не связано с моментом восстановления;

**В) Если начало отсчета времени совпадает с началом нового цикла процесса;**

С) Если первое восстановление запаздывает относительно начала отсчета времени на величину (возможно случайную с заданным законом распределения);

8. Какой процесс восстановления называется стационарным?

**А) Если начало отсчета времени не связано с моментом восстановления;**

В) Если начало отсчета времени совпадает с началом нового цикла процесса;

С) Если первое восстановление запаздывает относительно начала отсчета времени на величину (возможно случайную с заданным законом распределения);

9. Какой процесс восстановления называется общим?

А) Если начало отсчета времени не связано с моментом восстановления;

В) Если начало отсчета времени совпадает с началом нового цикла процесса;

**С) Если первое восстановление запаздывает относительно начала отсчета времени на величину (возможно случайную с заданным законом распределения);**

10. Чему равно среднее число восстановлений простого процесса восстановления за время  $t$ , если  $F(t)$  - функция распределения длительности цикла  $T$ ,  $\bar{T}$  - математическое ожидание,  $\sigma_T$  - квадратичное отклонение?

А)  $H(t) = t/\bar{T}$ ; В)  $H(t) = F(t) + \int_0^t H(t-\tau)dF(\tau)$ ; С)  $H(t) \approx \frac{t}{\bar{T}} + 0.5(\frac{\sigma_T^2}{\bar{T}} - 1)$ ;

11. Чему равна дисперсия числа восстановлений простого процесса восстановления за время  $t$ , если  $F(t)$  - функция распределения длительности цикла  $T$ ,  $\bar{T}$  - математическое ожидание,  $\sigma_T$  - квадратичное отклонение?

А)  $D_N(t) = \frac{t}{\bar{T}}$ ; В)  $D_N(t) \approx t \cdot \frac{\sigma_T^2}{\bar{T}^3}$ ; С)  $D_N(t) \approx t \cdot \frac{\sigma_T^2}{\bar{T}^2}$ ; Д)  $D_N(t) \approx t \cdot \frac{\sigma_T}{\bar{T}}$ ;

12. Какой процесс называется пуассоновским?

А) Это такой процесс восстановления, у которого длительность цикла  $T$  имеет равномерное распределение;

**В) Это такой процесс восстановления, у которого длительность цикла  $T$  имеет показательное распределение;**

С) Это такой процесс восстановления, у которого длительность цикла  $T$  имеет



нормальное распределение;

13. Какие характеристики пуассоновского процесса верны?

А) Среднее число восстановлений  $H(t) = t/\bar{T}$  ;

В) Дисперсия числа восстановлений  $D_N(t) = t/\bar{T}$  ;

С) Вероятность  $P(N_t = n) = (t/\bar{T})^n \exp(-t/\bar{T})/n!$ ;

14. Какой процесс называется альтернирующим?

А) Это процесс восстановления, у которого длительность цикла  $T = T_1 + T_2$ , где  $T_1, T_2$  – независимые случайные величины - фазы цикла восстановления;

В) Это процесс с двумя последовательно проходимыми состояниями с временами пребывания  $T_1, T_2$  соответственно;

С) Это процесс восстановления, у которого после наработки на отказ  $T_1$ , следует восстановление в течение времени  $T_2$ .  $T_1, T_2$  – независимые случайные величины;

Д) Это полумарковский процесс с двумя состояниями;

15. Как определяются стационарные вероятности состояний альтернирующего процесса, если  $T_1, T_2$  – времена пребывания в этих состояниях?

А)  $P_1 = \frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_1 + \bar{T}_2}$ ,  $P_2 = \frac{\bar{T}_1}{\bar{T}_1 + \bar{T}_2}$ ; В)  $P_1 = \frac{\bar{T}_1}{\bar{T}_1 + \bar{T}_2}$ ,  $P_2 = \frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_1 + \bar{T}_2}$ ;

С)  $P_1 = \frac{1}{1 + \bar{T}_2/\bar{T}_1}$ ,  $P_2 = \frac{\bar{T}_2/\bar{T}_1}{1 + \bar{T}_2/\bar{T}_1}$ ;

16. Что необходимо для задания полумарковского процесса?

А) Состояния  $i = 1, \dots, N$  ;

В) Плотности времен пребывания в состояниях  $f_i(t)$ ;

С) Матрица вероятностей переходов  $\|p_{ij}\|$ ;

Д) Матрица интенсивностей переходов  $\|\mu_{ij}\|$ ;

Е) Средние времена пребывания в состояниях  $\bar{T}_i$ ;

17. Что необходимо для задания марковского процесса с конечным числом состояний?

А, С, Е ИЛИ А, Д

А) Состояния  $i = 1, \dots, N$  ;

В) Плотности времен пребывания в состояниях  $f_i(t)$ ;

С) Матрица вероятностей переходов  $\|p_{ij}\|$ ;

Д) Матрица интенсивностей переходов  $\|\mu_{ij}\|$ ;

Е) Средние времена пребывания в состояниях  $\bar{T}_i$ ;

18. Как выглядит система дифференциальных уравнений Колмогорова для определения вероятностей состояний  $P_i(t)$  марковского процесса с  $N$  состояниями?

А)  $\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^N P_j \mu_{ji}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ;  $\sum_{i=1}^N P_i(t) = 1$ ;

В)  $\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^N P_j \mu_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ;  $\sum_{i=1}^N P_i(t) = 1$ ;

$$C) \frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j \neq i} P_j \mu_{ji} - P_i(t) \sum_{j \neq i} \mu_{ij}, \quad i = 1, \dots, N; \quad \sum_{i=1}^N P_i(t) = 1;$$

19. Какими свойствами должна обладать матрица вероятностей переходов  $\|p_{ij}\|$  полумарковского процесса с  $N$  состояниями?

$$A) \sum_{j=1}^N p_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, N; \quad B) p_{ii} = \sum_{j \neq i} p_{ij}, \quad i = 1, \dots, N; \quad C) \sum_{i=1}^N p_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, N;$$

20. Какими свойствами должна обладать матрица интенсивностей переходов  $\|\mu_{ij}\|$  марковского процесса с  $N$  состояниями?

$$A) \sum_{j=1}^N \mu_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, N; \quad B) \mu_{ii} = \sum_{j \neq i} \mu_{ij}, \quad i = 1, \dots, N; \quad C) \sum_{i=1}^N \mu_{ij} = 0, \quad j = 1, \dots, N;$$

$$D) \sum_{j=1}^N \mu_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, N; \quad E) \mu_{ii} = -\sum_{j \neq i} \mu_{ij}, \quad i = 1, \dots, N;$$

21. Какая связь между матрицей переходов  $\|p_{ij}\|$  и матрицей интенсивностей переходов  $\|\mu_{ij}\|$  марковского процесса с  $N$  состояниями со средними временами пребывания  $\bar{T}_i$ ?

$$A) \mu_{ij} = \begin{cases} p_{ij} / \bar{T}_i & \text{при } j \neq i \\ -1 / \bar{T}_i & \text{при } i = j \end{cases}; \quad B) \mu_{ij} = \begin{cases} p_{ij} / \bar{T}_j & \text{при } j \neq i \\ -1 / \bar{T}_j & \text{при } i = j \end{cases};$$

$$C) p_{ij} = \begin{cases} \frac{\mu_{ij}}{-\mu_{ii}} & \text{при } j \neq i, \\ 0 & \text{при } j = i \end{cases};$$

22. Какое свойство случайного процесса называется марковским?

A) Свойство отсутствия последствия;

B) Свойство отсутствия памяти;

C) Состояние процесса в следующий момент зависит от его состояния в текущий момент и всей предыстории;

D) Эволюция процесса не зависит от предыстории;

E) Последующие состояния процесса определяются только состоянием его в текущий момент;

23. Какие моменты полумарковского процесса обладают марковским свойством?

A) Моменты входа в состояния;

B) Все моменты времени;

C) Моменты, соответствующие математическим ожиданиям времен пребывания в состояниях;

24. Как можно определить стационарные вероятности состояний марковского процесса с  $N$  состояниями и матрицей интенсивностей переходов  $\|\mu_{ij}\|$ ?

A) Путем решения системы уравнений

$$\sum_{j=1}^N P_i \mu_{ji} = 0, \quad i = 1, \dots, N; \quad \sum_{i=1}^N P_i = 1;$$

B) Путем решения системы уравнений вероятностного равновесия

$$\sum_{j=1}^N P_j \mu_{ji} = 0, \quad i = 1, \dots, N; \quad \sum_{i=1}^N P_i = 1;$$

С) Путем нахождения вероятностей состояний  $P_i(t)$  в результате решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова и последующим переходом к пределу при  $t \rightarrow \infty$ ;

25. Как определяются стационарные вероятности состояний полумарковского процесса с  $N$  состояниями, средними временами пребывания  $\bar{T}_i$  и матрицей вероятностей переходов  $\|P_{ij}\|$ ?

А) Путем решения системы уравнений

$$\sum_{j=1}^N P_j \mu_{ji} = 0, \quad i = 1, \dots, N; \quad \sum_{i=1}^N P_i = 1, \quad \text{где } \mu_{ji} = p_{ji} / \bar{T}_i, \quad \mu_{ii} = -1 / \bar{T}_i;$$

В) Путем решения системы уравнений

$$\sum_{j=1}^N P_j \mu_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, N; \quad \sum_{i=1}^N P_i = 1, \quad \text{где } \mu_{ji} = p_{ji} / \bar{T}_j, \quad \mu_{ii} = -1 / \bar{T}_i;$$

С) Путем решения системы уравнений

$$\sum_{j=1}^N P_j \mu_{ji} = 0, \quad i = 1, \dots, N; \quad \sum_{i=1}^N P_i = 1, \quad \text{где } \mu_{ji} = p_{ji} / \bar{T}_j, \quad \mu_{ii} = -1 / \bar{T}_i;$$

26. Какие утверждения верны?

А) Процесс восстановления – это полумарковский процесс с одним состоянием;

В) Альтернирующий процесс – это полумарковский процесс с двумя состояниями;

С) Марковский процесс – это полумарковский процесс, у которого времена пребывания имеют показательное распределение;

Д) Марковский процесс – это процесс все состояния которого обладают марковским свойством;