

1. Закон де Бройля

1.1. $\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $m = 6,4 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$;

$$\Delta\varphi = 1 \text{ В}$$

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda_0} ; \quad q \cdot \Delta\varphi = \frac{p^2}{2m} = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2m\lambda_0^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = \sqrt{\frac{4\pi^2\hbar^2}{2mq\Delta\varphi}} = \sqrt{\frac{2\pi^2\hbar^2}{mq\Delta\varphi}} = \sqrt{\frac{2\pi^2(10^{-34})^2}{6,4 \cdot 10^{-27} \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 1}} =$$

$$= 9,817 \cdot 10^{-12} (\mu\text{м})$$

Ответ: 9,82 нм.

1.2. $\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $m = 6,4 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; $A = 13 \text{ В}$

$$A = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2m\lambda_0^2} \quad (\text{см. 1.1} \quad A = q \cdot \Delta\varphi)$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{2\pi^2\hbar^2}{mA}} = \sqrt{\frac{2\pi^2(10^{-34})^2}{6,4 \cdot 10^{-27} \cdot 13 \cdot 10^{-19}}} = 13,884 \cdot 10^{-12} (\mu\text{м})$$

Ответ: 13,9 нм

1.3. $\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$, $m = 6,4 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, $\lambda_0 = 10^{-12} \mu\text{м}$

$$A = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2m\lambda_0^2} = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m\lambda_0^2} = \frac{2\pi^2 \cdot (10^{-34})^2}{6,4 \cdot 10^{-27} \cdot (10^{-12})^2} = 3,084 \cdot 10^{-17} (\text{Дж}) =$$

$$= 192,466 (\text{эВ})$$

Ответ: 193 эВ

$$\lambda = 0,48 \text{ нм}; \hbar = 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$n=3 \quad 2\pi\lambda_n = n\lambda_0$$

$$\lambda_0 = \frac{2\pi\lambda}{n} = \frac{2\pi \cdot 0,48 \cdot 10^{-9}}{3} = 1,0053 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 1,01 \text{ нм}$$

$$2\pi\lambda_n = n\lambda_0; \quad 2\pi\lambda_{n+1} = (n+1)\lambda_0$$

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_{n+1}} = \frac{2\pi\lambda_n(n+1)}{n \cdot 2\pi\lambda_{n+1}} = \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} \cdot \frac{n+1}{n}$$

$$\lambda_n = n^2 \lambda_0; \quad \lambda_{n+1} = (n+1)^2 \lambda_0$$

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} = \frac{n^2}{(n+1)^2}$$

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_{n+1}} = \frac{n^2}{(n+1)^2} \cdot \frac{(n+1)}{n} = \frac{n}{n+1}$$

$$\lambda_{n+1} = \frac{\lambda_0(n+1)}{n} = \frac{2\pi\lambda(n+1)}{n^2} = \frac{2\pi \cdot 0,48 \cdot 10^{-9} (3+1)}{3^2} = 1,3404 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 1,34 \text{ нм}$$

$$m\psi = n\hbar$$

$$\psi = \frac{n\hbar}{m\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,48 \cdot 10^{-9}} = 686,813 (\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с})$$

$$686,813 \cdot 10^3 (\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с})$$

$$\text{Ответ: } 687 \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$$

2. Физический смысл

волновой функции микроастиции.

$$2.1. \psi = \frac{A}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad \alpha = 10^{-10} \text{ м}; A = \sqrt{\frac{1}{2\pi\alpha}}, \quad \lambda = 2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$W = |\psi|^2 = \left| \frac{A}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} \right|^2 = \frac{A^2}{\lambda^2} e^{-\frac{2x}{\lambda}} = \frac{1}{2\pi\alpha\lambda^2} e^{-\frac{2x}{\lambda}}$$

$$= \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-10} \cdot (2 \cdot 10^{-10})^2} \cdot e^{-\frac{2 \cdot 0}{2 \cdot 10^{-10}}} = 7,29756 \cdot 10^{16} (\text{м}^{-3})$$

$$\text{Ответ: } 7,29 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$$

$$2.2. \psi = A e^{-\frac{x}{\alpha}}, \quad \alpha = 10^{-10} \text{ м}$$

$$a) \frac{df}{dx} = 0, \quad f = \frac{dP}{dx} = |\psi|^2 \cdot 4\pi x^2;$$

$$f = A^2 e^{-\frac{2x}{\alpha}} \cdot 4\pi x^2$$

$$\frac{df}{dx} = A^2 \left[-\frac{2}{\alpha} e^{-\frac{2x}{\alpha}} \cdot 4\pi x^2 + 8\pi x e^{-\frac{2x}{\alpha}} \right] = 0$$

$$-\frac{2}{\alpha} \cdot 4\pi x^2 + 8\pi x = 0$$

$$+ \frac{8\pi x}{\alpha} = 8$$

$$\lambda = +\alpha = 10^{-10} \text{ м} = 0,1 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } 0,1 \text{ нм}$$

$$2) \rho = m\psi = \frac{n\hbar}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{-34}}{0,48 \cdot 10^{-9}} = 6,25 \cdot 10^{-25} (\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с})$$

$$\text{Ответ: } 6,25 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$$

$$g) \rho_{n+1} = m\psi_{n+1}$$

$$\psi_{n+1} = \frac{(n+1)\hbar}{m\lambda_{n+1}}; \quad \lambda_{n+1} = \lambda_n \frac{(n+1)^2}{n^2}$$

$$\psi_{n+1} = \frac{(n+1)\hbar \cdot n^2}{m \cdot \lambda_n \cdot (n+1)^2} = \frac{n^2 \hbar}{m \lambda_n (n+1)}$$

$$\rho_{n+1} = \frac{n^2 \hbar}{\lambda_n (n+1)} = \frac{3^2 \cdot 10^{-34}}{0,48 \cdot 10^{-9} (3+1)} = 4,6875 \cdot 10^{-25} (\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с})$$

$$\text{Ответ: } 4,69 \cdot 10^{-25} \text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}$$

$$e) \psi_{n+1} = \frac{n^2 \hbar}{m \lambda_n (n+1)} = \frac{3^2 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,48 \cdot 10^{-9} \cdot (3+1)} = 515,11 \cdot 10^3 (\frac{\text{м}}{\text{с}})$$

$$\text{Ответ: } 515 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$ж) E_{n+1} = \frac{m\psi_{n+1}^2}{2} = \frac{n^4 \hbar^2}{2m \lambda_n^2 (n+1)^2} = \frac{n^4 \hbar^2}{2m \lambda_n^2 (n+1)^2} =$$

$$= \frac{3^4 \cdot (6 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (0,48 \cdot 10^{-9})^2 (3+1)^2} = 1,204 \cdot 10^{-18} (\text{Дж}) = 0,755 (\text{эВ})$$

$$\text{Ответ: } 0,75456 \text{ эВ}$$

$$1.5. \lambda = 0,48 \text{ нм}; \hbar = 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$$n=3$$

$$a) L_n = n\hbar; \quad L_{n+1} = (n+1)\hbar$$

$$b) W = ? \quad A = \sqrt{\frac{1}{\pi\alpha}}, \quad \alpha = 2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$W = |\psi|^2 = |A e^{-\frac{x}{\alpha}}|^2 = \frac{1}{\pi\alpha} \cdot e^{-\frac{2x}{\alpha}} = \frac{1}{\pi \cdot 2 \cdot 10^{-10}} \cdot e^{-\frac{2 \cdot 0}{2 \cdot 10^{-10}}} =$$

$$= 5,83 \cdot 10^{17} (\text{м}^{-3})$$

$$\text{Ответ: } 5,83 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$$

$$2.3. \psi = A \sin \frac{\pi x}{\alpha}, \quad \alpha = 10^{-9} \text{ м}$$

$$\int |\psi(x,t)|^2 dx = 1$$

$$\int_0^{\alpha} (A \sin \frac{\pi x}{\alpha})^2 dx = 1; \quad \int_0^{\alpha} A^2 \sin^2 \frac{\pi x}{\alpha} dx = 1$$

$$\int_0^{\alpha} A^2 \left(\frac{1 - \cos \frac{2\pi x}{\alpha}}{2} \right) dx = 1$$

$$\frac{1}{2} A^2 \int_0^{\alpha} (1 - \cos \frac{2\pi x}{\alpha}) dx = 1$$

$$\frac{1}{2} A^2 \left(x - \sin \frac{2\pi x}{\alpha} \cdot \frac{\alpha}{2\pi} \right) \Big|_0^{\alpha} = 1$$

$$\frac{1}{2} A^2 \left(\alpha - \frac{\alpha}{2\pi} \sin 2\pi \right) = 1; \quad \frac{1}{2} A^2 \alpha = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2}{10^{-9}}} = 4,4721 \cdot 10^4 (\text{м}^{-1/2})$$

$$\text{Ответ: } 4,47 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1/2}$$

2.4. $\psi = Ax(a-x)$, $A^2 = 3 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-5}$

$$\int_0^a |\psi(x,t)|^2 dx = 1$$

$$\int_0^a A^2 x^2 (a^2 - 2ax + x^2) dx = 1,$$

$$A^2 \left[\frac{a^3 x^2}{3} - \frac{2ax^3}{2} + \frac{x^5}{5} \right]_0^a = 1,$$

$$A^2 \left[\frac{a^5}{3} - \frac{a^4}{2} + \frac{a^5}{5} \right] = 1$$

$$\frac{A^2 a^2}{30} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{30}{A^2}} = \sqrt{\frac{30}{3 \cdot 10^{10}}} = 10^{-5} \text{ м}$$

Ответ: 1 нм.

2.5. $\psi = A \frac{e^{-\alpha x}}{x}$, $A = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}$, $\alpha = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$, $\alpha = 10^{10} \text{ м}^{-1}$.

$$W = |\psi|^2 = A^2 \frac{e^{-2\alpha x}}{x^2} = \frac{\alpha}{2\pi x^2} \cdot e^{-2\alpha x} = \frac{10^{10}}{2\pi (2 \cdot 10^{-9})^2} \cdot e^{-2 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-9}} = 7,28756 \cdot 10^{16} (\text{м}^{-3})$$

Ответ: $7,29 \cdot 10^{16}$

2.6. $a = 10^{-9} \text{ м}$

a) $\psi = Ax^2(a-x)^2$, $A^2 = 6,3 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-9}$

$$\frac{d|\psi|^2}{dx} = 0$$

$$\psi^2 = A^2 x^4 (a-x)^4$$

$$|\psi|^2 = A^2 x^4 (a-x)^4 = A^2 \left(\frac{3a}{4}\right)^4 \left(a - \frac{3a}{4}\right)^4 = \left(\frac{3a}{4}\right)^4 \left(\frac{a}{4}\right)^4 = \frac{3^6 A^2 a^8}{4^8} = \frac{3^6 \cdot 6,3 \cdot 10^{23} \cdot (10^{-9})^8}{4^8} =$$

$$103 \cdot 10^9 (\text{м}^{-1})$$

$$n = 2,8 \cdot 10^9$$

$$Ax^2(a-x)^2, A^2 = 1,05 \cdot 10^{65} \text{ м}^{-7}$$

$$x^2(a-x)^4, \frac{d\psi^2}{dx} = 2A^2 x(a-x)^4 - 4A^2 x^2(a-x)^3 = 0$$

$$x(a-x)^3(a-x-2x) = 0$$

$$0, x_1 = a, x_3 = \frac{a}{3}$$

$$|\psi|^2 = A^2 x^2 (a-x)^4 = A^2 \left(\frac{2a}{3}\right)^2 \left(a - \frac{2a}{3}\right)^4 =$$

$$\left(\frac{2a}{3}\right)^2 \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{2^2 A^2 a^6}{3^6} = \frac{2^2 \cdot 1,05 \cdot 10^{65} \cdot (10^{-9})^6}{3^6} =$$

$$045 \cdot 10^9 (\text{м}^{-1})$$

$$n = 2,3 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$$

$$\psi = Ax^2(a-x), A^2 = 1,05 \cdot 10^{65}$$

$$\psi^2 = A^2 x^4(a-x)^2, \frac{d\psi^2}{dx} = 4A^2 x^3(a-x)^2 - 2A^2 x^4(a-x) = 0$$

$$x^3(a-x)(2a-2x-x) = 0$$

$$0, x_1 = a, x_3 = \frac{2a}{3}$$

$$|\psi|^2 = A^2 x^4(a-x)^2 = A^2 \left(\frac{2a}{3}\right)^4 \left(a - \frac{2a}{3}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{2a}{3}\right)^4 \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{2^4 A^2 a^6}{3^6} = \frac{2^4 \cdot 1,05 \cdot 10^{65} \cdot (10^{-9})^6}{3^6} =$$

$$\frac{d\psi^2}{dx} = 4A^2 x^3(a-x)^2 - 4A^2 x^4(a-x) = 0$$

$$4A^2 x^3(a-x)^2(a-x-x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = a, x_3 = \frac{a}{2}$$

$$W = |\psi|^2 = A^2 x^4(a-x)^2 = 6,3 \cdot 10^{23} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^4 \left(a - \frac{a}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{A^2 a^6}{2^6} = 6,3 \cdot 10^{23} \cdot \frac{(10^{-9})^6}{2^6} = 2,4609 (\text{м}^{-1})$$

$$\text{Ответ: } 2,46 \cdot 10^9$$

b) $\psi = Ax(a-x)$, $A^2 = 3 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-5}$

$$\psi^2 = A^2 x^2(a-x)^2, \frac{d\psi^2}{dx} = 2A^2 x(a-x)^2 - 2A^2 x^2(a-x) = 0$$

$$2A^2 x(a-x)(a-x-x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = a, x_3 = \frac{a}{2}$$

$$W = |\psi|^2 = A^2 x^2(a-x)^2 = A^2 \left(\frac{a}{2}\right)^2 \left(a - \frac{a}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{A^2 a^4}{2^4} = 3 \cdot 10^{10} \cdot \frac{(10^{-9})^4}{2^4} = 1,875 \cdot 10^9 (\text{м}^{-1})$$

$$\text{Ответ: } 1,88 \cdot 10^9$$

b) $\psi = Ax^3(a-x)$, $A^2 = 2,52 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-9}$

$$\psi^2 = A^2 x^6(a-x)^2, \frac{d\psi^2}{dx} = 6A^2 x^5(a-x)^2 - 2A^2 x^6(a-x) = 0$$

$$2A^2 x^5(a-x)(3a-3x-x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = a, x_3 = \frac{3a}{4}$$

$$= 2,3045 \cdot 10^9 (\text{м}^{-1})$$

$$\text{Ответ: } 2,3 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$$

2.7. $a = 10^{-9} \text{ м}$

a) $\psi = Ax^4(a-x)$

$$\psi^2 = A^2 x^8(a-x)^2, \frac{d\psi^2}{dx} = 8A^2 x^7(a-x)^2 - 2A^2 x^8(a-x) = 0$$

$$2A^2 x^7(a-x)(4a-4x-x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = a, x_3 = \frac{4a}{5} = \frac{4 \cdot 10^{-9}}{5} = 0,8 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 0,8 \text{ нм}$$

b) $\psi = Ax(a-x)^2$

$$\psi^2 = A^2 x^2(a-x)^4, \frac{d\psi^2}{dx} = 2A^2 x(a-x)^4 - 4A^2 x^2(a-x)^3 = 0$$

$$2A^2 x(a-x)^3(a-x-2x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = a, x_3 = \frac{a}{3} = \frac{10^{-9}}{3} = 0,333 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 0,333 \text{ нм}$$

b) $\psi = Ax(a-x)^3$

$$\psi^2 = A^2 x^2(a-x)^6, \frac{d\psi^2}{dx} = 2A^2 x(a-x)^6 - 6A^2 x^2(a-x)^5 = 0$$

$$2A^2 x(a-x)^5(a-x-3x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = a, x_3 = \frac{a}{4} = \frac{10^{-9}}{4} = 0,25 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 0,25 \text{ нм}$$

$$2) \psi = Ax^3(a-x)$$

$$\psi' = A^3x^2(a-x)^2; \frac{d\psi'}{dx} = 6A^3x^2(a-x)^2 - 2A^3x^3(a-x)$$

$$2A^3x^2(a-x)(3a-3x-x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = a, x_3 = \frac{3a}{4} = \frac{3 \cdot 10^{-9}}{4} = 0,75 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$$

Ответ: 0,75 нм

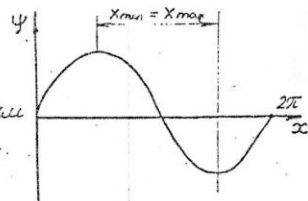
$$2.8. 0 \leq x \leq a, a = 10^{-9} \text{ м}$$

$$a) \psi = A \sin \frac{2\pi x}{a}$$

$$A, B. x_{\min} = x_{\max} = \frac{a}{2} =$$

$$= \frac{10^{-9}}{2} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ (м)} = 0,5 \text{ нм}$$

Ответ: $x_{\min} = x_{\max} = 0,5 \text{ нм}$



$$b) \psi = A \sin \frac{3\pi x}{a}$$

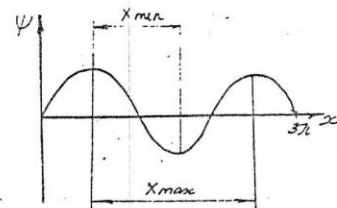
$$A. x_{\min} = \frac{a}{3} = \frac{10^{-9}}{3} =$$

$$= 0,333 \text{ (нм)}$$

$$B. x_{\max} = \frac{2a}{3} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{3} =$$

$$= 0,667 \text{ нм}$$

Ответ: 0,333 нм ; 0,667 нм.

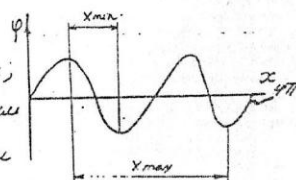


$$b) \psi = A \sin \frac{4\pi x}{a}$$

$$A. x_{\min} = \frac{a}{4} = \frac{10^{-9}}{4} = 0,25 \text{ нм}$$

$$B. x_{\max} = \frac{3a}{4} = \frac{3 \cdot 10^{-9}}{4} = 0,75 \text{ нм}$$

Ответ: 0,25 нм ; 0,75 нм

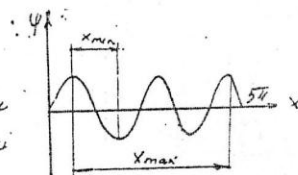


$$2) \psi = A \sin \frac{5\pi x}{a}$$

$$A. x_{\min} = \frac{a}{5} = \frac{10^{-9}}{5} = 0,2 \text{ нм}$$

$$B. x_{\max} = \frac{4a}{5} = \frac{4 \cdot 10^{-9}}{5} = 0,8 \text{ нм}$$

Ответ: 0,2 нм ; 0,8 нм



$$g) \psi = A \sin \frac{8\pi x}{a}$$

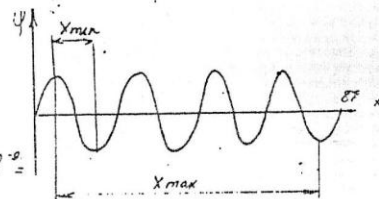
$$A. x_{\min} = \frac{a}{8} = \frac{10^{-9}}{8} =$$

$$= 0,125 \text{ нм}$$

$$B. x_{\max} = \frac{7a}{8} = \frac{7 \cdot 10^{-9}}{8} =$$

$$= 0,875 \text{ нм}$$

Ответ: 0,125 нм ; 0,875 нм



$$2.9. \psi = A e^{-\frac{x}{a}}; A = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}; a = 10^{-10} \text{ м}; w =$$

$$= 5,83 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}$$

$$w = |\psi|^2 = A^2 e^{-\frac{2x}{a}} = \frac{e^{-\frac{2x}{a}}}{\pi a^3}$$

$$e^{-\frac{2x}{a}} = \pi a^3 w$$

$$-\frac{2x}{a} = \ln(\pi a^3 w)$$

$$x = -\frac{a}{2} \ln(\pi a^3 w) = -\frac{10^{-10}}{2} \ln(\pi \cdot 10^{-30})$$

$$= 5,83 \cdot 10^{-9} = 0,2 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$$

Ответ: 0,2 нм.

$$2.10. a) \psi = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{2\pi x}{a}; w = 2 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}; a = 10^{-9} \text{ м}$$

$$\frac{2}{a} \sin^2 \left(\frac{2\pi x}{a} \right) = w$$

$$\sin^2 \left(\frac{2\pi x}{a} \right) = (1 - \cos \left(\frac{4\pi x}{a} \right)) / 2$$

$$\frac{1}{a} (1 - \cos \frac{4\pi x}{a}) = w$$

$$\frac{4\pi x}{a} = \arccos [1 - a w]$$

$$x = \frac{a \arccos(1 - a w)}{4\pi} = \frac{10^{-9} \arccos(1 - 2)}{4\pi} = 0,25 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$$

Ответ: 0,25 нм

$$b) \psi = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \left(\frac{4\pi x}{a} \right)$$

$$x = \frac{a \arccos(1 - a w)}{8\pi} = \frac{10^{-9} \arccos(-1)}{8\pi}$$

$$= 0,125 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$$

Ответ: 0,125 нм

$$b) \psi = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{5\pi x}{a}$$

$$x = \frac{a \arccos(1 - a w)}{10\pi} = \frac{10^{-9} \arccos(-1)}{10\pi} = 0,1 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$$

Ответ: 0,1 нм.

3. Стационарное уравнение Шредингера

3.1. $\psi = A e^{-\alpha x} \sin(\beta y) \cos(\gamma z)$; $U=0$

$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$;

$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = (-A \alpha e^{-\alpha x} \sin(\beta y) \cos(\gamma z))' =$$

$$= +A \alpha^2 \sin(\beta y) \cos(\gamma z) \cdot e^{-\alpha x} = \alpha^2 \psi$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = (\beta A e^{-\alpha x} \cos(\beta y) \cos(\gamma z))' =$$

$$= -\beta^2 A e^{-\alpha x} \sin(\beta y) \cos(\gamma z) = -\beta^2 \psi$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

Лапласиан волновой функции:

$$\Delta \psi = \psi(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)$$

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$\psi(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$E = -\frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2m} \hbar^2$$

$$E = -\frac{(4 \cdot 10^{10})^2 + (6 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} \cdot (10^{-34})^2 = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} =$$

$$= 3 \text{ эВ}$$

Ответ: 3 эВ.

3.4. а) $\psi = A \sin(\alpha x) \sin(\beta y) e^{-\gamma z}$; $U=0$

$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$

$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi;$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 \psi;$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$-(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$E = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2m} \hbar^2 = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 + (6 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 1,2 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 7,5 \text{ эВ}$$

Ответ: 7,5 эВ.

б) $\psi = A e^{i\alpha x} \sin(\beta y) \cdot e^{-\gamma z}$

$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$;

$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$-(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0;$$

$$E = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2m} \hbar^2 = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 + (6 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 1,2 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 7,5 \text{ эВ}$$

Ответ: 7,5 эВ.

3.2. $\psi = A e^{-\alpha x - \beta y} \cos(\gamma z)$; $U=0$

$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$;

$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\beta = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\gamma = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \beta^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$\Delta \psi = \psi(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2)$$

$$\psi(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2) + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$E = \frac{-(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2)}{2m} \hbar^2 = \frac{-[(4 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2 - (6 \cdot 10^{10})^2]}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 2 \text{ эВ}$$

Ответ: 2 эВ.

3.3. $\psi = A e^{-\alpha x - \beta y - \gamma z}$; $U=8 \text{ эВ}$

$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$;

$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \beta^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \gamma^2 \psi$$

$$\psi(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

$$E = U - \frac{\hbar^2}{2m} (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) =$$

$$= 8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} - \frac{10^{-68}}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} \cdot ((4 \cdot 10^{10})^2 + (6 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2) =$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 1 \text{ эВ}$$

Ответ: 1 эВ.

3.5. $\psi = A e^{-i\alpha x} \cdot e^{-\beta y} \cdot \cos(\gamma z)$

$U = 6 \text{ эВ}$; $\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$;

$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \beta^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$-(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

$$E = U - \frac{\hbar^2}{2m} (\beta^2 - \alpha^2 - \gamma^2) =$$

$$= 6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} - \frac{10^{-68}}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} ((6 \cdot 10^{10})^2 - (4 \cdot 10^{10})^2 - (2 \cdot 10^{10})^2) =$$

$$= 6,4 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 4 \text{ эВ}$$

Ответ: 4 эВ.

3.6. $\psi = A e^{-\alpha x} \sin(\beta y) \cos(\gamma z)$

$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $E = 5 \text{ эВ}$;

$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$; $\gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 \psi; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$(\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$m = \frac{(\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2) \hbar^2}{2E} = \frac{(6 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2 - (4 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 1,5 \cdot 10^{-29} \text{ (кг)}$$

Ответ: $1,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$.

ОТВЕТ: 0,33 рад.

$$б) E_n = \frac{m v_n^2}{2} = \left(\frac{n \hbar}{m r} \right)^2 \cdot \frac{m}{2} = \frac{n^2 \hbar^2}{m \cdot 2 r^2};$$

$$E_{n+1} = \frac{m v_{n+1}^2}{2} = \frac{n^2 \hbar^2}{2 m r^2 (n+1)^2};$$

$$\Delta E = E_n - E_{n+1} = \frac{\hbar^2}{2 m r^2} (n^2 - n^2 / (n+1)^2) =$$

$$= \frac{(10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (0,48 \cdot 10^{-9})^2} \left(3^2 - \frac{3^2}{(3+1)^2} \right) = 9,39 \cdot 10^{-20} \text{ Дж} =$$

$$= 5,8628 \cdot 10^{-19} \text{ эВ}$$

ОТВЕТ: 0,587 эВ.

$$б) \lambda_{En} = \frac{2\pi r}{n};$$

$$\lambda_{En+1} = \frac{2\pi r (n+1)}{n^2};$$

$$\Delta \lambda = \lambda_{En+1} - \lambda_{En} = \frac{2\pi r}{n} \left(-1 + \frac{n+1}{n} \right) = \frac{2\pi r}{n} \left(\frac{n+1}{n} - 1 \right) =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 0,48 \cdot 10^{-9}}{3} \left(\frac{3+1}{3} - 1 \right) = 0,3351 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

ОТВЕТ: 0,335 нм.

$$2) L_{n+1} - L_n = (n+1) \hbar - n \hbar = \hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

ОТВЕТ: $10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

$$3.7. \psi = A e^{-\alpha x} e^{-\beta y} e^{-\gamma z}$$

$$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 5 \text{ эВ};$$

$$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \beta = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \gamma = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \beta^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \gamma^2 \psi$$

$$(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$m = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2E} \cdot \hbar^2 = \frac{(6 \cdot 10^{10})^2 + (4 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 10^{-29} \text{ кг}$$

ОТВЕТ: 10^{-29} кг

$$3.8. \psi = A \sin(\alpha x) \cdot e^{-\beta y} \cdot e^{-\gamma z}$$

$$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 5 \text{ эВ};$$

$$\alpha = 5 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \beta = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \gamma = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \beta^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \gamma^2 \psi$$

$$(-\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$m = \frac{\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2}{2E} \cdot \hbar^2 = \frac{(5 \cdot 10^{10})^2 - (2 \cdot 10^{10})^2 - (4 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 3,125 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$$

ОТВЕТ: $3,13 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$

$$= \frac{(3+1)^2}{3^2} = 1,778$$

ОТВЕТ: 0,587 эВ.

$$е) p_n = m v_n = \frac{n \hbar}{r};$$

$$p_{n+1} = \frac{n^2 \hbar}{r (n+1)^2};$$

$$\frac{p_n}{p_{n+1}} = \frac{n \hbar}{r} \cdot \frac{r (n+1)^2}{n^2 \hbar} = \frac{n+1}{n} = \frac{3+1}{3} = 1,333$$

ОТВЕТ: 0,33 рад.

$$3.9. \hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 5 \text{ эВ};$$

$$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$а) \psi = A \sin(\alpha x) \cdot \sin(\beta y) \cdot e^{-\gamma z}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$(-\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$m = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2E} \cdot \hbar^2 = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 + (6 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 3,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$$

ОТВЕТ: $3,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$

$$б) \psi = A e^{i\alpha x} \cdot \sin(\beta y) \cdot e^{-\gamma z}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$m = \frac{\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2}{2E} \cdot \hbar^2 = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 - (6 \cdot 10^{10})^2 - (2 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 3,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$$

ОТВЕТ: $3,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$

$$3.10. \psi = A e^{i(\alpha x + \beta y)} \cdot \cos(\gamma z)$$

$$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 53 \text{ эВ};$$

$$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$(-\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$m = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \cdot \hbar^2}{2E} = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 + (6 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 53 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-68} =$$

$$= 3,5 \cdot 10^{-29} (\text{кг})$$

$$\text{Ответ: } 3,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$$

$$3.11. \psi = A e^{-\alpha x} \cdot \sin(\beta y) \cdot \cos(\gamma z)$$

$$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 53 \text{ эВ};$$

$$m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}; \beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \gamma = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$(\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$\alpha = \sqrt{\beta^2 + \gamma^2 - \frac{2m}{\hbar^2} E} = \sqrt{(6 \cdot 10^{10})^2 + (4 \cdot 10^{10})^2 - \frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29} \cdot 53 \cdot 10^{-19}}{10^{-68}}} =$$

$$= 3,4641 \cdot 10^{10} (\text{м}^{-1})$$

$$\text{Ответ: } 3,46 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$3.14. \psi = A e^{-i\alpha x} \cdot \cos(\gamma z)$$

$$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 53 \text{ эВ};$$

$$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$(-\alpha^2 - \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$m = \frac{\alpha^2 + \gamma^2 \cdot \hbar^2}{2E} = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 53 \cdot 10^{-19}} \cdot 10^{-68} = 1,25 \cdot 10^{-29} (\text{кг})$$

$$\text{Ответ: } 1,25 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$$

$$3.15. \psi = A e^{-\alpha x} \cdot \sin(\gamma z)$$

$$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 53 \text{ эВ}; m = 2,5 \cdot 10^{-29}; \gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 \psi$$

$$(-\alpha^2 - \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E - \gamma^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29} \cdot 53 \cdot 10^{-19}}{10^{-68}} - (2 \cdot 10^{10})^2} =$$

$$= 6 \cdot 10^{10} (\text{м}^{-1})$$

$$\text{Ответ: } 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$3.12. \psi = A \cdot e^{-\alpha x - \beta y - \gamma z}$$

$$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 53 \text{ эВ};$$

$$m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}; \beta = 8 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \beta^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \gamma^2 \psi$$

$$(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$\alpha = \sqrt{\beta^2 + \gamma^2 - \frac{2m}{\hbar^2} E} = \sqrt{(8 \cdot 10^{10})^2 + (2 \cdot 10^{10})^2 - \frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29} \cdot 53 \cdot 10^{-19}}{10^{-68}}} =$$

$$= 4,4721 \cdot 10^{10} (\text{м}^{-1})$$

$$\text{Ответ: } 4,47 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$3.13. \psi = A e^{-\alpha x} \cdot e^{i\beta y}$$

$$\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}; \alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}; \beta = 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 \psi; E = \frac{\beta^2 - \alpha^2}{2m} \hbar^2$$

$$(\alpha^2 - \beta^2) \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$E = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{2m} \hbar^2 = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 - (6 \cdot 10^{10})^2}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} \cdot 10^{-68} = 4 \cdot 10^{-19} (\text{Дж}) =$$

$$= 2,5 \text{ эВ}$$

$$\text{Ответ: } 2,5 \text{ эВ}$$

$$3.16. \psi = A (\cos \alpha x + \sin \alpha x); \hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$a) m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}; \alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = [A(-\alpha^2 \cos \alpha x - \alpha^2 \sin \alpha x)] = -\alpha^2 \psi$$

$$-\alpha^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$E = \frac{\alpha^2 \hbar^2}{2m} = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} = 3,2 \cdot 10^{-19} (\text{Дж}) = 2 (\text{эВ})$$

$$\text{Ответ: } 2 \text{ эВ}$$

$$b) E = 5 \text{ эВ}; \alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$m = \frac{\alpha^2 \hbar^2}{2E} = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-19}} = 10^{-29} (\text{кг})$$

$$\text{Ответ: } 10^{-29} \text{ кг}$$

$$b) E = 5 \text{ эВ}; m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29} \cdot 5 \cdot 10^{-19}}{10^{-68}}} = 6,32456 \cdot 10^{10} (\text{м}^{-1})$$

$$\text{Ответ: } 6,32 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$3.17. \psi = A (\cos \alpha x + e^{i\alpha x}); \hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; m = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$$

$$\alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi; -\alpha^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$E = \frac{\alpha^2 \hbar^2}{2m} = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29}} = 3,2 \cdot 10^{-19} (\text{Дж})$$

$$\text{Ответ: } 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

3.18. $\psi = A(\cos \alpha x + e^{i\alpha y})$

$\hbar = 10^{-36} \text{ Дж} \cdot \text{с}; E = 5 \text{ эВ}; \alpha = 4 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 \psi; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\alpha^2 \psi$

$-2\alpha^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$

$m = \frac{2\alpha^2 \hbar^2}{2E} = \frac{\alpha^2 \hbar^2}{E} = \frac{(4 \cdot 10^{10})^2 \cdot 10^{-72}}{5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$

4. Частица в одномерной потенциальной яме. Одномерный квантовый гармонический осциллятор

4.1. $\hbar = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

а) $E_2 = 36 \text{ эВ}; n_1 = 1; n_2 = 3$

А. $\hbar \nu = E_{n_2} - E_{n_1} = E_2 - E_1$

$E_2 = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2} \Rightarrow \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} = \frac{E_2}{n_2^2}$

$E_1 = \frac{E_2}{n_2^2} \cdot n_1^2$

$\hbar \nu = \frac{E_2}{n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{36 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3^2} (3^2 - 1^2) = 5,12 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 32 \text{ эВ}$

Ответ: 32 эВ.

Б. $\hbar \nu = \frac{2\pi \hbar c}{\lambda} = \frac{E_2}{n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{\hbar c}{\lambda}$

$\lambda = \frac{\hbar c \cdot n_2^2}{E_2 (n_2^2 - n_1^2)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 9}{36 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (9-1)} = 38,8447 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 38,8 \text{ нм}$

Ответ: 38,8 нм

В. $\rho_{\Phi} = \frac{\hbar \nu}{c}$

$\nu = \frac{1}{\hbar} (E_{n_2} - E_{n_1}) = \frac{E_2}{\hbar n_2^2} (n_2^2 - n_1^2)$

$\rho_{\Phi} = \frac{E_2}{c \cdot n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{36 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8 \cdot 3^2} (3^2 - 1^2) =$

$= 1,7067 \cdot 10^{-26} \text{ (Дж} \cdot \text{м/с)}$

Ответ: $1,71 \cdot 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{м/с}$

б) $E_3 = 32 \text{ эВ}; n_1 = 1; n_2 = 4$

А. $\hbar \nu = \frac{E_3}{n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{16} (16-1) = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 30 \text{ эВ}$

Ответ: 30 эВ.

Б. $\lambda = \frac{\hbar c n_2^2}{E_3 (n_2^2 - n_1^2)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 16}{32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (16-1)} = 41,4375 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$

Ответ: 41,44 нм.

В. $\rho_{\Phi} = \frac{E_3}{c \cdot n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8 \cdot 16} (16-1) = 1,6 \cdot 10^{-26} \text{ (Дж} \cdot \text{м/с)}$

Ответ: $1,6 \cdot 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{м/с}$

в) $E_3 = 36 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \text{ Дж}; n_1 = 1; n_2 = 3$

А. $E_{\Phi} = \frac{E_3}{n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{36 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9} (9-1) = 5,12 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 32 \text{ эВ}$

Ответ: 32 эВ.

Б, В см. далее

2) $E_4 = 32 \text{ эВ}; n_1 = 1; n_2 = 4$

А. $E_{\Phi} = \frac{E_4}{n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{16} (16-1) = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 30 \text{ эВ}$

Ответ: 30 эВ.

Б. $\lambda = \frac{\hbar c n_2^2}{E_4 (n_2^2 - n_1^2)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 16}{32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (16-1)} = 41,4375 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$

Ответ: 41,44 нм.

В. $\rho_{\Phi} = \frac{E_4}{c \cdot n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8 \cdot 16} (16-1) = 1,6 \cdot 10^{-26} \text{ (Дж} \cdot \text{м/с)}$

Ответ: $1,6 \cdot 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{м/с}$

б) Б. $\lambda = \frac{\hbar c n_2^2}{E_3 (n_2^2 - n_1^2)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 9}{36 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (9-1)} = 38,848 \text{ (нм)}$

Ответ: 38,8 нм.

В. $\rho_{\Phi} = \frac{E_3}{c \cdot n_2^2} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{36 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6}{3 \cdot 10^8 \cdot 9} (9-1) = 1,71 \cdot 10^{-26} \text{ (Дж} \cdot \text{м/с)}$

Ответ: $1,71 \cdot 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{м/с}$

Ambern : 53B.

Ответ: $2,67 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с

$$\alpha = \frac{\hbar c (n_1^2 - n_2^2)}{E \varphi (n_1^2 - n_2^2)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} (9-1) \cdot 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (9-4)} = 248,625 \cdot 10^{-9} (\mu)$$

Amber: 248 Hull.

$$= \gamma(3.3)$$

Огнбери: 733.

$$E = (n_1 - n_2) h \nu_0$$

$$\chi = \frac{AC(n_1 - n_2)}{E(n_1 - n_2)} =$$

$$= \frac{5,53 \cdot 10^{-24} \cdot 3 \cdot 10^8 (4-0)}{8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (4-3)} = 621,56 \cdot 10^{-9} (\mu)$$

Ответ: 622 км.

$$\delta) \quad \nu = \frac{E(n_1 - n_2)}{t(n_1 - n_2)} = \frac{8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (4-3)}{6,63 \cdot 10^{-34} (4-0)} = 4,8265 \cdot 10^{14} \text{ (Гц)}$$

Orbiter: $4,82 \cdot 10^{14} \text{ Ty.}$

b) $E = (n_1 - n_2) h \nu_0 \Rightarrow h \nu_0 = \frac{E}{n_1 - n_2} \quad n_1 = 4, n_2 = 3, n_3 = 0$

$$\gamma = \frac{E(n_2 - n_3)}{A(n_1 - n_4)} = \frac{8,16 \cdot 10^{-19} (9-0)}{6,63 \cdot 10^{-34} (4-3)} = 5,79 \cdot 10^{15} \text{ (J}_4\text{)}$$

Orbiter: $5,79 \cdot 10^{16}$ Jy

Ambern : $3,73 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{C}}$

Ответ: 178 км.

в) ат. а (третий энергетический уровень → второе возбужденное состояние)

2) см. 5 (четвертый энергетический уровень - третье возбужденное состояние).

$$E_q = (n_2 + \frac{1}{2}) \hbar \nu - (n_1 + \frac{1}{2}) \hbar \nu =$$

$$= (n_2 - n_1) k_B T$$

$$h\nu = (n_2 - n_3) h\nu_0$$

$$\lambda = \frac{\hbar c (n_1 - n_2)}{E \varphi (n_1 - n_2)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} (2 - 0) \cdot 3 \cdot 10^8}{8,16 \cdot 10^{-19} (2 - 1)} = 3,10,78 \cdot 10^{-9} (\mu)$$

Ответ: 311 км.

$$\delta) \varepsilon_q = q \in B.$$

$$\lambda = \frac{hc(n_2 - n_1)}{E\varphi(n_2 - n_1)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (3 - 0)}{9,16 \cdot 10^{-19} (3 - 2)} = 414,375 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$$

Орбиты: 414 нм.

The diagram shows a cross-section of a multi-layered system. A central vertical axis is labeled with z and h . The system is divided into several layers, with the top layer labeled n_1 and the bottom layer labeled n_2 . A central region is labeled $n = 1$. The diagram also includes labels for n_1 , n_2 , n_3 , n_4 , n_5 , n_6 , n_7 , n_8 , n_9 , n_{10} , n_{11} , n_{12} , n_{13} , n_{14} , n_{15} , n_{16} , n_{17} , n_{18} , n_{19} , n_{20} , n_{21} , n_{22} , n_{23} , n_{24} , n_{25} , n_{26} , n_{27} , n_{28} , n_{29} , n_{30} , n_{31} , n_{32} , n_{33} , n_{34} , n_{35} , n_{36} , n_{37} , n_{38} , n_{39} , n_{40} , n_{41} , n_{42} , n_{43} , n_{44} , n_{45} , n_{46} , n_{47} , n_{48} , n_{49} , n_{50} , n_{51} , n_{52} , n_{53} , n_{54} , n_{55} , n_{56} , n_{57} , n_{58} , n_{59} , n_{60} , n_{61} , n_{62} , n_{63} , n_{64} , n_{65} , n_{66} , n_{67} , n_{68} , n_{69} , n_{70} , n_{71} , n_{72} , n_{73} , n_{74} , n_{75} , n_{76} , n_{77} , n_{78} , n_{79} , n_{80} , n_{81} , n_{82} , n_{83} , n_{84} , n_{85} , n_{86} , n_{87} , n_{88} , n_{89} , n_{90} , n_{91} , n_{92} , n_{93} , n_{94} , n_{95} , n_{96} , n_{97} , n_{98} , n_{99} , n_{100} . The diagram also includes labels for n_1 , n_2 , n_3 , n_4 , n_5 , n_6 , n_7 , n_8 , n_9 , n_{10} , n_{11} , n_{12} , n_{13} , n_{14} , n_{15} , n_{16} , n_{17} , n_{18} , n_{19} , n_{20} , n_{21} , n_{22} , n_{23} , n_{24} , n_{25} , n_{26} , n_{27} , n_{28} , n_{29} , n_{30} , n_{31} , n_{32} , n_{33} , n_{34} , n_{35} , n_{36} , n_{37} , n_{38} , n_{39} , n_{40} , n_{41} , n_{42} , n_{43} , n_{44} , n_{45} , n_{46} , n_{47} , n_{48} , n_{49} , n_{50} , n_{51} , n_{52} , n_{53} , n_{54} , n_{55} , n_{56} , n_{57} , n_{58} , n_{59} , n_{60} , n_{61} , n_{62} , n_{63} , n_{64} , n_{65} , n_{66} , n_{67} , n_{68} , n_{69} , n_{70} , n_{71} , n_{72} , n_{73} , n_{74} , n_{75} , n_{76} , n_{77} , n_{78} , n_{79} , n_{80} , n_{81} , n_{82} , n_{83} , n_{84} , n_{85} , n_{86} , n_{87} , n_{88} , n_{89} , n_{90} , n_{91} , n_{92} , n_{93} , n_{94} , n_{95} , n_{96} , n_{97} , n_{98} , n_{99} , n_{100} . The diagram also includes labels for n_1 , n_2 , n_3 , n_4 , n_5 , n_6 , n_7 , n_8 , n_9 , n_{10} , n_{11} , n_{12} , n_{13} , n_{14} , n_{15} , n_{16} , n_{17} , n_{18} , n_{19} , n_{20} , n_{21} , n_{22} , n_{23} , n_{24} , n_{25} , n_{26} , n_{27} , n_{28} , n_{29} , n_{30} , n_{31} , n_{32} , n_{33} , n_{34} , n_{35} , n_{36} , n_{37} , n_{38} , n_{39} , n_{40} , n_{41} , n_{42} , n_{43} , n_{44} , n_{45} , n_{46} , n_{47} , n_{48} , n_{49} , n_{50} , n_{51} , n_{52} , n_{53} , n_{54} , n_{55} , n_{56} , n_{57} , n_{58} , n_{59} , n_{60} , n_{61} , n_{62} , n_{63} , n_{64} , n_{65} , n_{66} , n_{67} , n_{68} , n_{69} , n_{70} , n_{71} , n_{72} , n_{73} , n_{74} , n_{75} , n_{76} , n_{77} , n_{78} , n_{79} , n_{80} , n_{81} , n_{82} , n_{83} , n_{84} , n_{85} , n_{86} , n_{87} , n_{88} , n_{89} , n_{90} , n_{91} , n_{92} , n_{93} , n_{94} , n_{95} , n_{96} , n_{97} , n_{98} , n_{99} , n_{100} .

4.5. $E = 80 \text{ B}$

$$E = (n_1 - n_2) \hbar \nu_0$$

$$\frac{hc}{\lambda} = (n_2 - n_3) h\nu_0 = (n_2 - n_3) \frac{E}{n_1 - n_2}$$

$$\lambda = \frac{\Delta C(n_1 - n_2)}{E(n_1 - n_2)}$$

$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (4-3)}{8,16 \cdot 10^{-10} (3-0)} = 51,407 \cdot 10^{-9} (\mu)$$

Отверстия: 51,8 мм

4.6: $E = 83 \text{ B}$

$$h\nu_0 = \frac{E}{(n_2 - n_1)}$$

$$a) \lambda_{\max} = \frac{hc(n_1 - n_2)}{E(n_2 - n_1)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (3-1)}{8,16 \cdot 10^{-19} (3-2)} =$$

Отвѣтъ: 311 км.

$$\delta) \lambda_{\min} = \frac{hc(n_2 - n_1)}{E(n_2 - n_0)} =$$

$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} (3-1) \cdot 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (3-0)} = 103,59 \cdot 10^{-9} (\text{m})$$

Ответ: 104 мм

A diagram of a parabolic potential well. The vertical axis represents energy, and the horizontal axis represents position. The well is filled with horizontal lines representing discrete energy levels, labeled from bottom to top as $n=0$, $n=1$, $n=2$, $n=3$, and $n=4$. An arrow labeled E points to the $n=2$ level. The bottom of the well is labeled O .

A diagram of a parabolic potential well, representing a harmonic oscillator. The vertical axis is labeled U and the horizontal axis is labeled x . The origin is marked with 0 . The potential well is divided into five horizontal regions, each representing a discrete energy level. These levels are labeled on the right side as $n=0, n=1, n=2, n=3, n=4$ from bottom to top. The energy levels are also labeled on the left side as $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ from bottom to top. The energy difference between adjacent levels is labeled $\hbar\omega$. A label $(\omega) E$ is placed near the $n=1$ level.

$$8) \lambda = \frac{E(n_2 - n_1)}{h(n_2 - n_1)} = \frac{8,16 \cdot 10^{-19}(3-2)}{6,63 \cdot 10^{-34}(3-1)} = 9,653 \cdot 10^{-14} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 9,653 \cdot 10^{-14} \text{ м}$$

$$2) \nu_{\max} = \frac{E(n_2 - n_1)}{h(n_2 - n_1)} = \frac{8,16 \cdot 10^{-19}(3-0)}{6,63 \cdot 10^{-34}(3-1)} = 2,88 \cdot 10^{15} (\text{Гц})$$

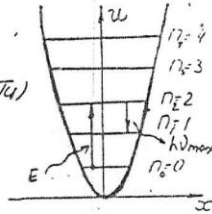
$$\text{Ответ: } 2,88 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$$

$$4.7. E = 8,9 \text{ эВ}$$

$$\nu_{\min} = \frac{E(n_2 - n_1)}{h(n_2 - n_1)}$$

$$= \frac{8,16 \cdot 10^{-19}(2-1)}{6,63 \cdot 10^{-34}(2-0)} = 9,653 \cdot 10^{-14} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 9,653 \cdot 10^{-14} \text{ м}$$



5. Спектральные серии излучения водородоподобных атомов.

$$5.1. R = 5,63 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \cdot \text{с}, E_1 = 13,6 \text{ эВ}; E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

А. серия Лаймана $n_2 \rightarrow n_1 = 1$

$$a) \nu_{\max} = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right) = \frac{E_1}{h} = \frac{E_1}{h}$$

$$\nu_{\min} = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right) = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{4} + 1 \right) = \frac{3E_1}{4h}$$

$$\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\min}} = \frac{E_1 \cdot 4h}{h \cdot 3E_1} = \frac{4}{3} = 1,33$$

$$\text{Ответ: } 1,33$$

$$b) \lambda_{\max} = \frac{ch}{E_1 \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right)} = \frac{4ch}{3E_1}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{ch}{E_1 \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right)} = \frac{ch}{E_1}$$

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{4ch \cdot E_1}{3E_1 \cdot ch} = \frac{4}{3} = 1,33$$

$$\text{Ответ: } 1,33$$

$$c) \nu_{\max} = \frac{E_1}{h} = \frac{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,28 \cdot 10^{15} (\text{Гц})$$

$$\text{Ответ: } 3,28 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$$

$$2) \nu_{\min} = \frac{3E_1}{4h} = \frac{3 \cdot 13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} = 2,46 \cdot 10^{15} (\text{Гц})$$

$$\text{Ответ: } 2,46 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$$

$$g) \lambda_{\min} = \frac{ch}{E_1} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 91,4 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 91,4 \text{ нм}$$

$$e) \lambda_{\max} = \frac{4ch}{3E_1} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 121,875 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 122 \text{ нм}$$

Б. серия Бальмера $n_2 \rightarrow n_1 = 2$

$$a) \nu_{\max} = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right) = \frac{E_1}{4h}$$

$$\nu_{\min} = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right) = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{9} + \frac{1}{4} \right) = \frac{5E_1}{36h}$$

$$\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\min}} = \frac{E_1 \cdot 36h}{4h \cdot 5E_1} = \frac{9}{5} = 1,8$$

$$\text{Ответ: } 1,8$$

$$b) \lambda_{\max} = \frac{ch}{E_1 \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right)} = \frac{36ch}{5E_1}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{ch}{E_1 \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right)} = \frac{4ch}{E_1}$$

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{36h \cdot E_1}{5E_1 \cdot 4ch} = \frac{9}{5} = 1,8$$

$$\text{Ответ: } 1,8$$

$$b) \nu_{\max} = \frac{E_1}{4h} = \frac{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} = 8,205 \cdot 10^{14} (\text{Гц})$$

$$\text{Ответ: } 8,21 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$$

$$2) \nu_{\min} = \frac{5E_1}{36h} = \frac{5 \cdot 13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{36 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} = 4,558 \cdot 10^{14} (\text{Гц})$$

$$\text{Ответ: } 4,56 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$$

$$g) \lambda_{\min} = \frac{4ch}{E_1} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 364,525 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 365 \text{ нм}$$

$$e) \lambda_{\max} = \frac{36ch}{5E_1} = \frac{36 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 656,28 \cdot 10^{-9} (\text{м})$$

$$\text{Ответ: } 656 \text{ нм}$$

В. серия Пашена $n_2 \rightarrow n_1 = 3$

$$a) \nu_{\max} = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right) = \frac{E_1}{9h}$$

$$\nu_{\min} = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right) = \frac{E_1}{h} \left(-\frac{1}{16} + \frac{1}{9} \right) = \frac{7E_1}{144h}$$

$$\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\min}} = \frac{E_1 \cdot 144h}{9h \cdot 7E_1} = \frac{16}{7} = 2,29$$

$$\text{Ответ: } 2,29$$

$$b) \lambda_{\max} = \frac{ch}{E_1 \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right)} = \frac{144ch}{7E_1}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{ch}{E_1 \left(-\frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_1^2} \right)} = \frac{9ch}{E_1}$$

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{144ch \cdot E_1}{7E_1 \cdot 9ch} = \frac{16}{7} = 2,29$$

$$\text{Ответ: } 2,29$$

$$b) \nu_{\max} = \frac{E_1}{9h} = \frac{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,65 \cdot 10^{14} \text{ (Гц)}$$

Ответ: $3,65 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$.

$$2) \nu_{\min} = \frac{7E_1}{144h} = \frac{7 \cdot 13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{144 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,595 \cdot 10^{14} \text{ (Гц)}$$

Ответ: $1,60 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$.

$$g) \lambda_{\min} = \frac{9ch}{E_1} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 822,656 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$$

Ответ: 823 нм .

$$e) \lambda_{\max} = \frac{144ch}{7E_1} = \frac{144 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{7 \cdot 13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1880,4 \cdot 10^{-9} \text{ (м)}$$

Ответ: 1880 нм .

5.2. серия Лаймана $\nu_{\min}^L = \frac{3E_1}{4h}$
 серия Бальмера $\nu_{\max}^B = \frac{E_1}{4h}$

$$\frac{\nu_{\min}^L}{\nu_{\max}^B} = \frac{3E_1 \cdot 4h}{4h \cdot E_1} = 3$$

Ответ: в 3 раза.

5.3. серия Лаймана $\nu_{\min}^L = \frac{3E_1}{4h}$
 серия Пашена $\nu_{\min}^P = \frac{7E_1}{144h}$

$$\frac{\nu_{\min}^L}{\nu_{\min}^P} = \frac{3E_1 \cdot 144h}{4h \cdot 7E_1} = \frac{108}{7} = 15,43$$

Ответ: в 15,4 раза.

6. Заполнение электронных оболочек. Система четырех квантовых чисел

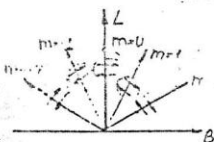
6.1. а) $1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^4 s^2$; $\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

$$L_x = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar, \dots, \pm \ell \hbar$$

$$3d^4 \Rightarrow \ell = 2; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$$

$$\sum L_z = 2\hbar + 2\hbar + \hbar + \hbar - \hbar - \hbar + 0 + 0 = 4\hbar = 4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

8 электронов



Ответ: $4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

б) $1s^2 2s^2 p^6 d^4 4s^2$; $\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

$$L_x = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar, \dots, \pm \ell \hbar$$

$$3d^4 \Rightarrow \ell = 2; m = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$\sum L_z = 2\hbar + 2\hbar + \hbar + \hbar = 6\hbar = 6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Ответ: $6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

5.4. серия Бальмера $\nu_{\min}^B = \frac{5E_1}{36h}$
 серия Пашена $\nu_{\min}^P = \frac{7E_1}{144h}$

$$\frac{\nu_{\min}^B}{\nu_{\min}^P} = \frac{5E_1 \cdot 144h}{36h \cdot 7E_1} = \frac{20}{7} = 2,857$$

Ответ: в 2,86 раза.

6.2. $1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^4 f^4 5s^2 p^6$

$$3f^4 \Rightarrow \ell = 3; m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$\sum L_z = 3\hbar + 3\hbar + 2\hbar + 2\hbar = 10\hbar = 10 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

4 электрона

Ответ: $10^{-33} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

6.3. $L_z^{\max} = 2\hbar$; $\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$

а) $L_z^{\max} = 2\hbar \Rightarrow m = 2; \ell = 2$

$$L = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)} = 10^{-34} \cdot \sqrt{2(2+1)} = 2,449 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Ответ: $2,45 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

б) $p_m = \mu_B \cdot \sqrt{\ell(\ell+1)} = 9,27 \cdot 10^{-24} \cdot \sqrt{2(2+1)} = 2,271 \cdot 10^{-23} \text{ (А} \cdot \text{м}^2)$

Ответ: $2,27 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$

6.4. $\frac{N_A}{N_B} = \frac{2(2\ell_A+1)}{2(2\ell_B+1)} = \hbar = 1,4$; $\hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

A - f-подобная; B - d-подобная

а) $L_z^{\max} = 3\hbar = 3 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ б) $L_z^{\max} = \hbar = 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

Ответ: а) $3 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; б) $10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

$$6.5. \frac{2(2\ell_A+1)}{2(2\ell_B+1)} = k=1,4; \quad \mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

А- f-подуровня ($\ell=3$)

В- d-подуровня ($\ell=2$)

$$a) \rho_m^{\max} = m_{\max} \mu_B$$

$$b) \rho_m^{\max} = \ell \mu_B =$$

$$m_{\max} = \ell = 3$$

$$= 2 \cdot 9,27 \cdot 10^{-24} =$$

$$\rho_m^{\max} = \ell \mu_B = 3 \cdot 9,27 \cdot 10^{-24} =$$

$$= 1,854 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

$$= 2,78 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

Ответ: а) $2,78 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$; б) $1,85 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$

$$6.6. \frac{2(2\ell_A+1)}{2(2\ell_B+1)} = k=1,4$$

А- f-подуровня; В- d-подуровня

мин число э-нов $\Rightarrow \ell_A = \ell_{\max}$

$$\ell_{\max} = 3 \rightarrow n = 4 \rightarrow N\text{-облака}$$

$$N = 2n^2 = 2 \cdot 4^2 = 32$$

Ответ: 32 электрона.

$$6.7. \text{ а) } k_s = 4\% \quad 2n^2 \cdot 0,04 = 2$$

$$\text{ б) } k_p = 12\% \quad 2n^2 \cdot 0,12 = 6$$

$$\text{ в) } k_e = 20\% \quad 2n^2 \cdot 0,2 = 10$$

$$b) \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\mu_B \sqrt{\ell_A(\ell_A+1)}}{\mu_B \sqrt{\ell_B(\ell_B+1)}} = \frac{\sqrt{3(3+1)}}{\sqrt{2(2+1)}} = 1,41$$

Ответ: в 1,41 раза

$$b) \frac{\rho_m}{\rho_s} = \frac{\mu_B \sqrt{\ell_A(\ell_A+1)}}{2,46 \cdot 10^{-23}} = \frac{\sqrt{3(3+1)}}{2 \cdot \sqrt{3/4}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2$$

Ответ: в 2 раза

Угол, рассматриваемый в облаке

$$n=5; \ell=0; 1; 2; 3; 4$$

$$m=0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; s=\pm \frac{1}{2}$$

$$a) L_z^{\max} = \hbar \cdot m_{\max} = 4\hbar = 4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Ответ: $4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

$$b) L_{\max} = \hbar \cdot \sqrt{\ell_{\max}(\ell_{\max}+1)} = 10^{-34} \sqrt{4 \cdot 5} = 4,47 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Ответ: $4,472 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

$$b) \rho_z^{\max} = m_{\max} \mu_B$$

$$\rho_z^{\max} = 4 \cdot 9,27 \cdot 10^{-24} = 3,708 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

Ответ: $3,71 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$

$$2) \rho_{\max} = \mu_B \sqrt{\ell_{\max}(\ell_{\max}+1)}$$

$$\rho_{\max} = 9,27 \cdot 10^{-24} \sqrt{4(4+1)} = 4,146 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

Ответ: $4,15 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$

$$6.8. \frac{N_A}{N_B} = k=1,4 \Rightarrow \ell_A=3, \ell_B=2 \text{ (Примеч.: 5.4 и 6.5)}$$

$$a) \frac{L_A}{L_B} = \frac{\hbar \sqrt{\ell_A(\ell_A+1)}}{\hbar \sqrt{\ell_B(\ell_B+1)}} = \frac{\sqrt{\ell_A(\ell_A+1)}}{\sqrt{\ell_B(\ell_B+1)}} = \frac{\sqrt{3(3+1)}}{\sqrt{2(2+1)}} = 1,41$$

Ответ: в 1,41 раза

7. Собственная и примесная проводимость полупроводников

$$7.1. \Delta E_3 = 1,1 \text{ эВ}$$

$$a) t_1 = 0^\circ \text{C}; t_2 = 10^\circ \text{C} \Rightarrow T_1 = 273 \text{ К}, T_2 = 283 \text{ К}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sigma_0 \cdot e \left(-\frac{\Delta E_3}{2kT_2} \right)}{\sigma_0 \cdot e \left(-\frac{\Delta E_3}{2kT_1} \right)} = e^{\frac{\Delta E_3}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} = \exp \left(\frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{283} \right) \right)$$

$$= 2,28275$$

Ответ: в 2,28275 раза.

$$b) \ln \sigma_2 - \ln \sigma_1 = \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \ln \left(\exp \left(\frac{\Delta E_3}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right) \right) =$$

$$= \frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \cdot \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{283} \right) = 0,825$$

Ответ: 0,825

$$7.2. \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = n = 191$$

$$\exp \left(\frac{\Delta E_3}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right) = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = n$$

$$\frac{\Delta E_3}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \ln n$$

$$\Delta E_3 = \frac{(\ln n) \cdot 2k \cdot T_1 T_2}{T_2 - T_1} = \frac{2k T_1 T_2 \ln n}{T_2 - T_1} =$$

$$= \frac{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 283 \cdot \ln 191}{283 - 273} = 1,12 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 6,997 \text{ эВ}$$

Ответ: 7 эВ.

$$7.3. \Delta E_2 = 7.23 \text{ эВ}, T_1 = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ К}, n = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1.91$$

$$\exp\left(\frac{\Delta E_2}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right) = n = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

$$\frac{\Delta E_2}{2kT_1} - \frac{\Delta E_2}{2kT_2} = \ln n; \quad \frac{\Delta E_2}{2kT_2} = \frac{\Delta E_2}{2kT_1} - \ln n$$

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot \Delta E_2}{\Delta E_2 - 2kT_1 \ln n} = \frac{273 \cdot 7.16 \cdot 10^{-19}}{7.16 \cdot 10^{-19} - 2 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot \ln 1.91} = 283 \text{ К} = 10^\circ\text{C}$$

Ответ: 10°C

7.4. Инф-поглощение уг. проводимости

$$T_2 = 10^\circ\text{C} = 283 \text{ К}; T_1 = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ К}$$

$$\ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = n = 5$$

$$\frac{\Delta E_2}{2k} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} = n = \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

$$\Delta E_2 = \frac{2kT_1 T_2 n}{T_2 - T_1} = \frac{2 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 283 \cdot 5}{283 - 273} = 1.066 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 6.66 \text{ эВ}$$

Ответ: 6.66 эВ

$$7.5. \Delta E_1 = 0.43 \text{ эВ}, T_1 = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ К}, T_2 = 10^\circ\text{C} = 283 \text{ К}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = ?$$

$$7.9. \Delta E_2 = 1.3 \text{ эВ}; \Delta E_1 = 0.01 \text{ эВ}; T_1 = 30 \text{ К};$$

$$n_1 = 10^{10} \text{ м}^{-3}$$

$$n_1 = \text{const} \cdot \exp\left(\frac{\Delta E_1}{kT_1}\right)$$

$$n_2 = \text{const} = n_1 \cdot \exp\left(\frac{\Delta E_2}{kT_1}\right) = 10^{10} \cdot \exp\left(\frac{0.01 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 30}\right) = 4.769 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}$$

Ответ: $4.77 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}$

$$7.10. \Delta E_2 = 1.1 \text{ эВ}; \Delta E_1 = 0.01 \text{ эВ}; T_1 = 30 \text{ К}; n_1 = 10^{10} \text{ м}^{-3}$$

$$n_{\text{нм}} = n_1 \cdot \exp\left(\frac{\Delta E_2}{kT_1}\right) = 10^{10} \cdot \exp\left(\frac{0.01 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 30}\right) = 4.769 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}$$

Ответ: $4.77 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \exp\left(\frac{\Delta E_1}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right) = \exp\left(\frac{0.4 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{1.38 \cdot 10^{-23}} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{283}\right)\right) = 1.823$$

1.823

Ответ: 1.82 раз

$$7.6. T_1 = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ К}; T_2 = 10^\circ\text{C} = 283 \text{ К}; \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 4 = n$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \exp\left(\frac{\Delta E}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right) = n$$

$$\Delta E = \frac{k \cdot \ln n \cdot T_1 T_2}{T_2 - T_1} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot \ln 4 \cdot 273 \cdot 283}{283 - 273} = 1.478 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0.924 \text{ эВ}$$

Ответ: 0.924 эВ

$$7.7. \Delta E_1 = 0.43 \text{ эВ}; T_1 = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ К}; T_2 = n T_1; n = 1.5$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \exp\left(\frac{\Delta E_1}{k n T_1} (n - 1)\right) = \exp\left(\frac{0.4 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} (1.5 - 1)}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 1.5 \cdot 273}\right) = 287.9$$

287.9

Ответ: 288 раз

$$7.8. \Delta E_1 = 0.43 \text{ эВ}; \Delta(\ln n) = 5; \frac{T_2}{T_1} = 1.5; T_1 = ?$$

$$\ln \frac{n_2}{n_1} = \frac{\Delta E_1 (n - 1)}{k n T_1} = \Delta \ln(n)$$

$$T_1 = \frac{\Delta E_1 (n - 1)}{k n \Delta \ln(n)} = \frac{0.4 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} (1.5 - 1)}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 1.5 \cdot 5} = 309.76 \text{ К}$$

Ответ: 309 К

8. Расчет средних величин с помощью распределения Ферми-Дирака

$$8.1. T = 0 \text{ К}; dn = A \sqrt{E} dE; E_F = 4.3 \text{ эВ};$$

$$a) \langle E^2 \rangle$$

$$\langle E^2 \rangle = \frac{\int_0^{E_F} E^2 \sqrt{E} dE}{\int_0^{E_F} \sqrt{E} dE} = \frac{\frac{2}{7/2} E^{7/2} \Big|_0^{E_F}}{\frac{2}{3/2} E^{3/2} \Big|_0^{E_F}} = \frac{2/7 \cdot E_F^{7/2}}{2/3 \cdot E_F^{3/2}} = \frac{3}{7} E_F^2$$

$$= \frac{3}{7} E_F^2 = \frac{3}{7} (4.16 \cdot 10^{-19})^2 = 1.755 \cdot 10^{-37} \text{ Дж}^2$$

Ответ: $1.76 \cdot 10^{-37} \text{ Дж}^2$

$$b) \mathcal{F}(E) = E^3$$

$$\langle E^2 \rangle = \frac{\int_0^{E_F} E^2 \sqrt{E} dE}{\int_0^{E_F} \sqrt{E} dE} = \frac{\frac{9/2}{9/2} E^{9/2} \Big|_0^{E_F}}{\frac{2}{3/2} E^{3/2} \Big|_0^{E_F}} = \frac{3}{9} E_F^3 = \frac{3}{9} (4.16 \cdot 10^{-19})^3 = 8.738 \cdot 10^{-56} \text{ Дж}^3$$

Ответ: $8.738 \cdot 10^{-56} \text{ Дж}^3$

$$c) \mathcal{F}(E) = E^4$$

$$\langle E^2 \rangle = \frac{\int_0^{E_F} E^2 \sqrt{E} dE}{\int_0^{E_F} \sqrt{E} dE} = \frac{3}{11} E_F^4 = \frac{3}{11} (4.16 \cdot 10^{-19})^4 = 4.576 \cdot 10^{-74} \text{ Дж}^4$$

4.576 · 10⁻⁷⁴ Дж⁴

Ответ: $4.58 \cdot 10^{-74} \text{ Дж}^4$

$$2) \langle E^5 \rangle = \frac{\int_0^{E_0} E^5 \sqrt{E} dE}{\int_0^{E_0} \sqrt{E} dE} = \frac{3}{13} E_0^5 = \frac{3}{13} \cdot (4 \cdot 10^{-19})^5 =$$

$$E_0^5 = 2,478 \cdot 10^{-92} \text{ Дж}^5$$

$$\text{Ответ: } 2,48 \cdot 10^{-92} \text{ Дж}^5$$

$$8.2. \langle E^A \rangle = \frac{3}{2\pi+3} E_0^A$$

$$8.3. T=0, \pi, \quad dn = A \sqrt{E} dE$$

$$a) \langle E^2 \rangle / \langle E \rangle^2$$

$$\langle E^2 \rangle = \frac{3}{4} E_0^2 \quad \langle E \rangle = \frac{3}{5} E_0$$

$$\frac{\langle E^2 \rangle}{\langle E \rangle^2} = \frac{\frac{3}{4} E_0^2}{\left(\frac{3}{5} E_0\right)^2} = \frac{25}{21} = 1,19$$

$$\text{Ответ: } 1,19$$

$$b) \langle E^4 \rangle / \langle E^2 \rangle^2$$

$$\langle E^4 \rangle = \frac{3}{11} E_0^4 \quad \langle E^2 \rangle = \frac{3}{4} E_0^2$$

$$\frac{\langle E^4 \rangle}{\langle E^2 \rangle^2} = \frac{\frac{3}{11} E_0^4}{\left(\frac{3}{4} E_0^2\right)^2} = \frac{16}{33} = 1,48$$

$$\text{Ответ: } 1,48$$

9. Закон радиоактивного распада

$$9.1. N = 6,4 \cdot 10^{20}; \quad t_1 = 1 \text{ мин}; \quad t_2 = 3 \text{ мин};$$

$$T = 2 \text{ мин}$$

$$\Delta N = N_0 (e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2}) \Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

$$\Delta N = N (e^{-\frac{\ln 2 \cdot t_1}{T}} - e^{-\frac{\ln 2 \cdot t_2}{T}}) =$$

$$= 6,4 \cdot 10^{20} (e^{-\frac{\ln 2 \cdot 60}{120}} - e^{-\frac{\ln 2 \cdot 180}{120}}) = 2,26 \cdot 10^{20}$$

$$\text{Ответ: } 2,26 \cdot 10^{20}$$

$$9.2. N = 6,4 \cdot 10^{20}; \quad t_1 = 1 \text{ мин}; \quad T = 2 \text{ мин}$$

$$a) \Delta N_{\text{ост}} = N \cdot e^{-\lambda t_1} = N e^{-\frac{t_1 \ln 2}{T}} =$$

$$= 6,4 \cdot 10^{20} \cdot e^{-\frac{60 \cdot \ln 2}{120}} = 4,525 \cdot 10^{20}$$

$$b) \Delta N_{\text{рас}} = N (1 - e^{-\frac{t_1 \ln 2}{T}}) =$$

$$= 6,4 \cdot 10^{20} (1 - e^{-\frac{60 \cdot \ln 2}{120}}) = 1,87 \cdot 10^{20}$$

$$\text{Ответ: } a) 1,87 \cdot 10^{20}; \quad b) 4,53 \cdot 10^{20}$$

$$9.3. N = 6,4 \cdot 10^{20}; \quad t_1 = 1 \text{ мин}; \quad \lambda = 0,03 \text{ с}^{-1}$$

$$a) N_{\text{ост}} = N e^{-\lambda t_1} = 6,4 \cdot 10^{20} \cdot e^{-0,03 \cdot 60} =$$

$$= 1,06 \cdot 10^{20}$$

$$\text{Ответ: } 1,06 \cdot 10^{20}$$

$$b) \langle E \rangle / \langle \sqrt{E} \rangle^2$$

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_0 \quad \langle \sqrt{E} \rangle = \frac{\int_0^{E_0} \sqrt{E} \cdot \sqrt{E} dE}{\int_0^{E_0} \sqrt{E} dE} = \frac{3}{4} \sqrt{E_0}$$

$$\frac{\langle E \rangle}{\langle \sqrt{E} \rangle^2} = \frac{\frac{3}{5} E_0}{\left(\frac{3}{4} \sqrt{E_0}\right)^2} = \frac{16}{15} = 1,07$$

$$\text{Ответ: } 1,07$$

$$2) \sqrt{\langle E^2 \rangle} / \langle E \rangle^2$$

$$\langle E^2 \rangle = \frac{3}{24} E_0^2 \quad \langle E \rangle = \frac{3}{5} E_0$$

$$\frac{\sqrt{\langle E^2 \rangle}}{\langle E \rangle^2} = \frac{\sqrt{\frac{3}{24} E_0^2}}{\left(\frac{3}{5} E_0\right)^2} = \frac{5}{3} = 1,67$$

$$\text{Ответ: } 1,67$$

$$b) N_{\text{рас}} = N (1 - e^{-\lambda t_1}) = 6,4 \cdot 10^{20} (1 - e^{-0,03 \cdot 60}) =$$

$$= 5,342 \cdot 10^{20}$$

$$\text{Ответ: } 5,4 \cdot 10^{20}$$

$$9.4. N = 6,4 \cdot 10^{20}; \quad t_1 = 1 \text{ мин}; \quad t_2 = 3 \text{ мин}; \quad \lambda = 0,03 \text{ с}^{-1}$$

$$\Delta N = N (e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2}) = 6,4 \cdot 10^{20} (e^{-0,03 \cdot 60} -$$

$$- e^{-0,03 \cdot 180}) = 1,029 \cdot 10^{20}$$

$$\text{Ответ: } 1,03 \cdot 10^{20}$$

$$9.5. N = 6,4 \cdot 10^{20}; \quad t_1 = 1 \text{ мин}; \quad t_2 = 3 \text{ мин}; \quad T = 2 \text{ мин}$$

$$\Delta N = N (e^{-\frac{t_1}{T}} - e^{-\frac{t_2}{T}}) = 6,4 \cdot 10^{20} (e^{-\frac{60}{120}} - e^{-\frac{180}{120}}) =$$

$$= 2,454 \cdot 10^{20}$$

$$\text{Ответ: } 2,45 \cdot 10^{20}$$

$$9.6. N = 6,4 \cdot 10^{20}; \quad t_1 = 1 \text{ мин}; \quad T = 2 \text{ мин}$$

$$a) N_{\text{рас}} = N (1 - e^{-\frac{t_1}{T}}) = 6,4 \cdot 10^{20} (1 - e^{-\frac{60}{120}}) =$$

$$= 2,518 \cdot 10^{20}$$

$$\text{Ответ: } 2,52 \cdot 10^{20}$$

$$b) N_{\text{ост}} = N e^{-\frac{t_1}{T}} = 6,4 \cdot 10^{20} \cdot e^{-\frac{60}{120}} = 3,88 \cdot 10^{20}$$

$$\text{Ответ: } 3,88 \cdot 10^{20}$$

9.7. $n_1 = k n_2$; $k = 2$; $T_1 = 3 \text{ мкм}$; $T_2 = 5 \text{ мкм}$

a) $N_{\text{осн}1} = N_{\text{осн}2}$

$$N_1 e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_1}} = N_2 e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_2}}$$

$$\frac{k n_2 e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_1}}}{2^{10-2}} = \frac{n_2 e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_2}}}{2^{10-2}}$$

$$k e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_1}} = e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_2}}$$

$$\ln k + (-\frac{t \cdot \ln 2}{T_1}) = -\frac{t \cdot \ln 2}{T_2}$$

$$t(\frac{\ln 2}{T_1} - \frac{\ln 2}{T_2}) = \ln k$$

$$t = \ln k \cdot \frac{T_1 T_2}{T_2 \ln 2 - T_1 \ln 2} = \frac{\ln k}{\ln 2} \cdot \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} =$$

$$= \frac{\ln 2}{\ln 2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{5 - 3} = 7,5 (\text{мкм}) = 450 \text{ с}$$

Ответ: $450 \text{ с} = 7,5 \text{ мкм}$

б) $N_{\text{осн}1} = 2 N_{\text{осн}2}$

$$t = \frac{\ln 2 k}{\ln 2} \cdot \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} = \frac{\ln 4}{\ln 2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{5 - 3} = 15 (\text{мкм}) = 900 \text{ с}$$

Ответ: $900 \text{ с} = 15 \text{ мкм}$

9.8. $n_1 = k n_2$; $k = 2$; $\lambda_1 = 0,005 \text{ с}^{-1}$; $T_2 = 5 \text{ мкм}$

a) $N_{\text{осн}1} = N_{\text{осн}2}$

$$k N_1 e^{-\lambda_1 t} = N_2 e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_2}}$$

$$\ln k + (-\lambda_1 t) = -t \ln 2 / T_2$$

$$t(\lambda_1 - \frac{\ln 2}{T_2}) = \ln k$$

$$t = \frac{\ln k \cdot T_2}{\lambda_1 T_2 - \ln 2} = \ln 2 \cdot \frac{5 \cdot 60}{0,005 \cdot 5 \cdot 60 - \ln 2} =$$

$$= 257,72 (\text{с})$$

Ответ: $257,72 \text{ с} \approx 258 \text{ с}$

б) $N_{\text{осн}2} = 2 N_{\text{осн}1}$

$$t = \frac{T_2 \cdot \ln 2 k}{\lambda_1 T_2 - \ln 2} = \frac{5 \cdot 60 \cdot \ln 4}{0,005 \cdot 5 \cdot 60 - \ln 2} = 515,45 (\text{с})$$

Ответ: 515 с

9.9. $E_0 = 100 \text{ МэВ}$; $N_0 = 2,5 \cdot 10^{10}$; $T = 2 \text{ мкм}$; $t = 5 \text{ мкм}$

$$Q = N_p E_0 = N_0 \cdot E_0 (1 - e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T}}) = 2,5 \cdot 10^{10} \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot$$

$$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ А} \cdot e^{-\frac{5 \cdot 60 \cdot \ln 2}{2 \cdot 60}} = 0,329 \text{ Дж}$$

Ответ: $0,329 \text{ Дж}$

9.10. $E_0 = 100 \text{ МэВ}$; $N_0 = 2,5 \cdot 10^{10}$; $\lambda = 0,08 \text{ с}^{-1}$; $t = 2 \text{ мкм}$

$$Q = N_p E_0 = N_0 \cdot E_0 \cdot (1 - e^{-\lambda t}) = 2,5 \cdot 10^{10} \cdot$$

$$100 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (1 - e^{-0,08 \cdot 2 \cdot 60}) = 0,40027 (\text{Дж})$$

Ответ: $0,400 \text{ Дж}$

9.11. $E_0 = 100 \text{ МэВ}$; $N_0 = 2,5 \cdot 10^{10}$; $\tau = 5 \text{ мкс}$;

$t = 2 \text{ мкс}$

$$Q = N_p \cdot E_0 = N_0 \cdot E_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 2,5 \cdot 10^{10} \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (1 - e^{-\frac{2 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6}}}) = 0,132 \text{ Дж}$$

Ответ: 0,132 Дж

9.12. $Q = 0,2 \text{ Дж}$; $N_0 = 2,5 \cdot 10^{10}$; $\tau = 5 \text{ мкс}$; $t = 2 \text{ мкс}$

$$E_0 = \frac{Q}{N_p} = \frac{Q}{N_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})} = \frac{0,2}{2,5 \cdot 10^{10}(1 - e^{-\frac{2}{5}})} = 2,43 \cdot 10^{-11} \text{ (Дж)} = 151,66 \text{ (МэВ)}$$

Ответ: 152 МэВ.

9.13. $Q = 0,2 \text{ Дж}$; $N_0 = 2,5 \cdot 10^{10}$; $T = 2 \text{ мкс}$; $t = 5 \text{ мкс}$

$$E_0 = \frac{Q}{N_p} = \frac{Q}{N_0(1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T}})} = \frac{0,2}{2,5 \cdot 10^{10}(1 - e^{-\frac{5 \cdot \ln 2}{2}})} = 9,72 \cdot 10^{-12} \text{ (Дж)} = 60,74 \text{ (МэВ)}$$

Ответ: 60,7 МэВ

9.14. $Q = 0,2 \text{ Дж}$; $N_0 = 2,5 \cdot 10^{10}$; $\lambda = 0,05 \text{ с}^{-1}$; $t = 2 \text{ мкс}$

$$E_0 = \frac{Q}{N_p} = \frac{Q}{N_0(1 - e^{-\lambda t})} = \frac{0,2}{2,5 \cdot 10^{10}(1 - e^{-0,05 \cdot 2 \cdot 10^{-6}})} = 8,02 \cdot 10^{-11} \text{ (Дж)}$$

Ответ: 50,12 МэВ.

$$t_1 = -\frac{\ln 0,7}{\lambda}$$

$$t_1 = 1,03 \text{ мин} = 61,7 \text{ с.}$$

9-19

$$t_1 = 1 \text{ мин.}$$

1) $T(0,3N_0) - ?$

$$N' = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t_1}) = 0,3N_0$$

$$0,7 = e^{-\frac{\ln 2}{T} t_1}$$

$$\ln 0,7 = -\frac{\ln 2}{T} t_1$$

$$T = -\frac{\ln 2 t_1}{\ln 0,7} = 194 \text{ мин} = 117 \text{ с.}$$

5) $T(0,3N_0) - ?$

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t_1} = 0,3N_0$$

$$\ln 0,3 = -\frac{\ln 2}{T} t_1;$$

$$T = -\frac{\ln 2 t_1}{\ln 0,3} = 0,576 \text{ мин} = 34,5 \text{ с.}$$

9-20

$$t_1 = 1 \text{ мин}$$

а) $\lambda(0,3N_0) - ?$

$$N' = N_0(1 - e^{-\lambda t_1}) = 0,3N_0$$

$$1 - 0,3 = e^{-\lambda t_1};$$

$$\ln 0,7 = -\lambda t_1 \Rightarrow \lambda = -\frac{\ln 0,7}{t_1}$$

$$\lambda = \frac{0,357}{60} = 0,00594 \text{ с}^{-1};$$

$$\text{б) } 0,3N_0 = N_0 e^{-\lambda t_1};$$

$$\lambda = -\frac{\ln 0,3}{t_1} = 0,00201 \text{ с}^{-1}$$

9-21

$$t_1 = 1 \text{ мин.}$$

$\tau(0,3N_0) - ?$

$$N = N_0 e^{-\tau t} = 0,3N_0;$$

$$\ln 0,3 = -\tau t = -\frac{t}{\tau};$$

$$\tau = \frac{t}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{t}{\tau}.$$

$$\tau = \frac{t}{\ln 0,3} = 0,83 \text{ мин} =$$